

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

IGOR FERNANDO RODRIGUES

**METODOLOGIA NUMÉRICA PARA PROJETO DE NEUTRALIZADOR DINÂMICO
VISCOELÁSTICO DO TIPO SANDUÍCHE TUBULAR**

CURITIBA

2016

IGOR FERNANDO RODRIGUES

**METODOLOGIA NUMÉRICA PARA PROJETO DE NEUTRALIZADOR DINÂMICO
VISCOELÁSTICO DO TIPO SANDUÍCHE TUBULAR**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Márcio de Oliveira Lopes.
Coorientador: Prof. Dr. Jucélio Tomás Pereira.

CURITIBA

2016

R696

Rodrigues, Igor Fernando

Metodologia numérica para projeto de neutralizador dinâmico viscoelástico do tipo sanduíche tubular / Igor Fernando Rodrigues. – Curitiba, 2016.

117 f. : il., tab. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado). Universidade Federal do Paraná. Setor de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Eduardo Márcio de Oliveira Lopes

Coorientador: Jucélio Tomás Pereira.

Bibliografia: p. 112-114.

1. Mecânica – Vibração. 2. Materiais viscoelásticos. 3. Método dos elementos finitos. I. Lopes, Eduardo Márcio de Oliveira. II. Pereira, Jucélio Tomás. III. Universidade Federal do Paraná. IV. Título.

CDD: 620.11248

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA MECÂNICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **IGOR FERNANDO RODRIGUES**, intitulada: "**METODOLOGIA NUMÉRICA PARA PROJETO DE NEUTRALIZADOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO DO TIPO SANDUÍCHE TUBULAR**", após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO.

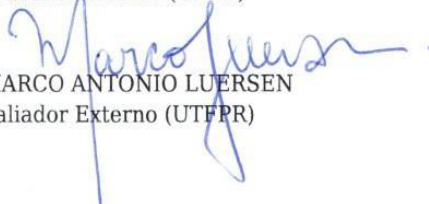
Curitiba, 05 de Setembro de 2016.



Prof EDUARDO MARCIO DE OLIVEIRA LOPES
Presidente da Banca Examinadora (UFPR)



Prof CARLOS ALBERTO BAVASTRI
Avaliador Interno (UFPR)



Prof MARCO ANTONIO LUERSEN
Avaliador Externo (UFPR)

RESUMO

A utilização de neutralizadores dinâmicos de vibrações (também conhecidos como absorvedores dinâmicos de vibrações) é uma solução muito adotada no controle passivo de vibrações, devido à sua praticidade e eficácia. Uma forma de introduzir amortecimento nesses dispositivos e ampliar seu raio de ação é através da utilização de camadas restritas de materiais viscoelásticos. Porém, para as geometrias planas, dentre outras, o controle de vibrações efetuado mostra-se dependente da direção de excitação, instigando a análise de geometrias alternativas, que possuam um caráter de dissipação de energia multidirecional. O corrente documento apresenta, então, uma metodologia para o projeto e avaliação da eficácia de um neutralizador dinâmico de vibrações com geometria tubular e camadas restritas compostas de material viscoelástico. Considera-se, no trabalho, o acoplamento sob dois graus de liberdade entre o neutralizador e o sistema primário, que fornece uma representação mais acurada da dinâmica do sistema composto. O desenvolvimento de modelos numéricos em elementos finitos, aliado ao emprego de métodos de otimização, torna possível a obtenção das variáveis de projeto ótimas do neutralizador aplicado no controle de uma viga engastada. Mostra-se que a metodologia em questão é eficiente e que um controle eficaz em banda larga de frequências pode ser alcançado com o dispositivo analisado.

PALAVRAS-CHAVE: Controle passivo de vibrações. Neutralizador dinâmico viscoelástico. Algoritmos genéticos. Método dos elementos finitos. Superfície de resposta. Reanálise de estruturas.

ABSTRACT

Vibration neutralizers (also called vibration absorbers) are a widely used tool in passive control vibration, due to its practicality and efficacy. A way of introducing damping in these devices and enlarging its range of action is by using viscoelastic materials in a constrained layer fashion. However, for flat geometries, among others, the vibration control depends on the direction of the excitation. This incites the use of alternative geometries, with a multidirectional energy dissipation character. The current document presents a methodology for the design and evaluation of the efficacy of a viscoelastic vibration neutralizer with tubular geometry and viscoelastic constrained layers. The assumption of an existing coupling with 2 degree of freedom between the neutralizer and the primary system provides a more accurate representation of the dynamics of the entire system. The development of numerical finite element models and the use of optimization methods allow the search of the optimum parameters of the neutralizer to be carried out. It is shown that this methodology is efficient and that an effective control in a wide frequency band can be achieved by the analyzed device.

KEYWORDS: Passive vibration control. Viscoelastic dynamic neutralizers. Genetic algorithms. Finite element method. Response surface. Structural reanalysis.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – VARIAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE UM MVE COM A FREQÜÊNCIA.....	22
FIGURA 2 – VARIAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE UM MVE COM A TEMPERATURA.....	23
FIGURA 3 – DISPOSIÇÃO DE AMORTECIMENTO EM CAMADAS NÃO- RESTRITAS.....	24
FIGURA 4 – DISPOSIÇÃO DE AMORTECIMENTO EM CAMADAS RESTRITAS ..	25
FIGURA 5 – DISPOSIÇÃO EM MÚLTIPLAS CAMADAS.....	26
FIGURA 6 – CISALHAMENTO PROVOCADO POR TENSÕES NORMAIS.....	28
FIGURA 7 – NEUTRALIZADOR DINÂMICO DO TIPO MK.....	31
FIGURA 8 – NEUTRALIZADOR DINÂMICO DO TIPO MCK.....	31
FIGURA 9 – NEUTRALIZADOR DINÂMICO DO TIPO NDV.....	32
FIGURA 10 – VARIAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DE UM MVE COM A FREQÜÊNCIA E A TEMPERATURA.....	37
FIGURA 11 – NOMOGRAMA DE FREQÜÊNCIA REDUZIDA.....	37
FIGURA 12 – REPRESENTAÇÃO DOS MODELOS.....	43
FIGURA 13 – DIAGRAMA DE BODE (MÓDULO E FASE DE UMA FRF).....	45
FIGURA 14 – DIAGRAMA DE NYQUIST.....	46
FIGURA 15 – RIGIDEZ DINÂMICA NA BASE DE UM NEUTRALIZADOR.....	47
FIGURA 16 – SISTEMA COM 1 GDL.....	47
FIGURA 17 – SIMPLIFICAÇÃO DE UM SISTEMA MECÂNICO COMPLEXO PARA UM SISTEMA COM 1 GDL.....	48
FIGURA 18 – SISTEMA COM 2 GDL.....	50
FIGURA 19 – EQUIVALÊNCIA DINÂMICA ENTRE SISTEMAS.....	52
FIGURA 20 – COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE MODELO EQUIVALENTE.....	59
FIGURA 21 – OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL PARAMÉTRICA.....	61
FIGURA 22 – OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE FORMA.....	61
FIGURA 23 – OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE TOPOLOGIA.....	61
FIGURA 24 – MÍNIMO LOCAL E MÍNIMO GLOBAL.....	64
FIGURA 25 – PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO.....	66
FIGURA 26 – CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA DA FUNÇÃO OBJETIVO.....	71
FIGURA 27 – SISTEMA PRIMÁRIO UTILIZADO.....	73
FIGURA 28 – COMPORTAMENTO DO SISTEMA PRIMÁRIO.....	73
FIGURA 29 – RESPOSTAS DO SISTEMA PRIMÁRIO NA EXTREMIDADE LIVRE.....	74

FIGURA 30 – SEÇÃO TRANSVERSAL DO NEUTRALIZADOR.....	75
FIGURA 31 – POSSÍVEIS FORMAS DE ACOPLAMENTO ENTRE NEUTRALIZADOR E SISTEMA PRIMÁRIO.....	76
FIGURA 32 – RIGIDEZ DINÂMICA PARA OS MODELOS AVALIADOS.....	76
FIGURA 33 – POSSÍVEIS VARIÁVEIS GEOMÉTRICAS DE PROJETO A SEREM OTIMIZADAS.	78
FIGURA 34 – FUNÇÃO OBJETIVO DEFINIDA ATRAVÉS DO VALOR DE PICO DA FRF.	80
FIGURA 35 – FUNÇÃO OBJETIVO DEFINIDA PELO VALOR MÉDIO DA FRF.	82
FIGURA 36 – FUNÇÃO TESTE PARA O ALGORITMO.	84
FIGURA 37 – METODOLOGIA DE BUSCA DOS PARÂMETROS ÓTIMOS.	86
FIGURA 38 – DESCRIÇÃO DE PROPRIEDADES DE MATERIAL VISCOELÁSTICO.	89
FIGURA 39 – TRANSMISSIBILIDADE: FUNÇÃO ANALÍTICA <i>VERSUS</i> MEF COM DERIVADA DE ORDEM FRACIONÁRIA.	90
FIGURA 40 – MODELO NUMÉRICO DO SISTEMA PRIMÁRIO.	92
FIGURA 41 – MODELO NUMÉRICO DO NEUTRALIZADOR.	93
FIGURA 42 – SEÇÃO TRANSVERSAL DO NEUTRALIZADOR.....	95
FIGURA 43 – CASO 1: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 25\%$	96
FIGURA 44 – CASO 1: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 50\%$	96
FIGURA 45 – CASO 1: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 75\%$	97
FIGURA 46 – CASO 1: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 100\%$	97
FIGURA 47 – CASO 2: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 25\%$	98
FIGURA 48 – CASO 2: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 50\%$	98
FIGURA 49 – CASO 2: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 75\%$	99
FIGURA 50 – CASO 2: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 100\%$	99
FIGURA 51 – SEÇÃO TRANSVERSAL DO NEUTRALIZADOR.....	100
FIGURA 52 – CASO 3: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 25\%$	101

FIGURA 53 – CASO 3: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 50\%$	101
FIGURA 54 – CASO 3: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 75\%$	102
FIGURA 55 – CASO 3: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 100\%$	102
FIGURA 56 – CASO 4: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 25\%$	103
FIGURA 57 – CASO 4: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 50\%$	104
FIGURA 58 – CASO 4: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 75\%$	104
FIGURA 59 – CASO 4: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 100\%$	105
FIGURA 60 – RESPOSTA DO SISTEMA COMPOSTO PARA OS 4 CASOS ANALISADOS.	106
FIGURA 61 – ÂNGULO DA FORÇA DE EXCITAÇÃO NO NEUTRALIZADOR.	106
FIGURA 62 – ALTERAÇÃO DA PRIMEIRA FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA DO NEUTRALIZADOR, COM A VARIAÇÃO DO ÂNGULO DE EXCITAÇÃO DA FORÇA.	107
FIGURA 63 – INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE EXCITAÇÃO NA CURVA DE RIGIDEZ DINÂMICA DE TRANSLAÇÃO DO NEUTRALIZADOR.	108
FIGURA B. 1 – VERIFICAÇÃO DO EFEITO DA MALHA NA CURVA DE RIGIDEZ DO NEUTRALIZADOR.	116
FIGURA B. 2 – AVALIAÇÃO DO ERRO NAS FREQUÊNCIAS NATURAIS.	116
FIGURA C. 1 – EVOLUÇÃO DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA.	117

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PROPRIEDADES DO SISTEMA PRIMÁRIO.	73
TABELA 2 – PARÂMETROS FIXOS DO NEUTRALIZADOR.	79
TABELA 3 – PARÂMETROS MATERIAIS UTILIZADOS.	79
TABELA 4 – RELAÇÃO DE CASOS AVALIADOS.....	94
TABELA 5 – VALORES ÓTIMOS PARA OS CASOS ANALISADOS.	108

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Latino

a	–	Largura do sistema primário;
$A(\Omega)$	–	Acelerância ou inertância;
$A_{cel}(\Omega)$	–	Transformada de Fourier da aceleração;
b	–	Altura do sistema primário;
b_1	–	Módulo de relaxação do material;
c	–	Amortecimento escalar;
c_a	–	Amortecimento escalar do neutralizador;
c_{eq}	–	Amortecimento equivalente;
c_p	–	Amortecimento escalar do sistema primário;
c_r	–	Amortecimento modal;
C	–	Matriz de amortecimento;
d_i	–	Diâmetro interno;
d_e	–	Diâmetro externo;
D_0	–	Rigidez dinâmica inicial;
E^*	–	Módulo complexo de elasticidade;
E_r	–	Módulo real de elasticidade;
E_i	–	Módulo imaginário de elasticidade;
f	–	Força externa aplicada;
f_{obj}	–	Função objetivo;
G^*	–	Módulo complexo de cisalhamento;
G_0	–	Módulo de cisalhamento para frequência nula;
G_∞	–	Módulo de cisalhamento para frequência infinita;
$H(\Omega)$	–	Receptância;
k	–	Rigidez escalar;
k_a	–	Rigidez escalar do neutralizador;
k_p	–	Rigidez escalar do sistema primário;
k_r	–	Rigidez modal;
$K(\Omega)$	–	Rigidez dinâmica;
K	–	Matriz de rigidez;

ℓ	–	Comprimento do neutralizador;
ℓ_i	–	Comprimento de cada trecho correspondente;
L	–	Comprimento do sistema primário;
L	–	Fator geométrico;
m	–	Massa escalar genérica;
m_a	–	Massa escalar do neutralizador;
m_{eq}	–	Massa equivalente;
m_p	–	Massa escalar do sistema primário;
m_r	–	Massa modal;
$M(\Omega)$	–	Massa dinâmica;
M	–	Matriz de massa;
n_l	–	Número de segmentações longitudinais;
n_r	–	Número de segmentações radiais;
N	–	Número de frequências consideradas;
rot_z	–	Rotação no eixo z;
$R(\Omega)$	–	Matriz de receptâncias;
$S(\Omega)$	–	Matriz de rigidez dinâmica;
t_b	–	Espessura da camada base;
t_v	–	Espessura da camada viscoelástica;
T_0	–	Temperatura de referência;
t_r	–	Espessura da camada elástica restritora;
U_y	–	Deslocamento no eixo y;
$V_{el}(\Omega)$	–	Transformada de Fourier da velocidade;
$Y(\Omega)$	–	Mobilidade do sistema;
x_a	–	Posição do neutralizador;
\dot{x}_a	–	Velocidade do neutralizador;
\ddot{x}_a	–	Aceleração do neutralizador;
x_p	–	Posição do sistema primário;
\dot{x}_p	–	Velocidade do sistema primário;
\ddot{x}_p	–	Aceleração do sistema primário;
$X(\Omega)$	–	Transformada de Fourier do deslocamento;
$Z(\Omega)$	–	Impedância dinâmica;

Alfabeto Grego

α_T	–	Fator de deslocamento em temperatura;
β	–	Expoente da derivada fracionária;
γ	–	Variável auxiliar;
$\Delta S(\Omega)$	–	Matriz de modificação na rigidez dinâmica;
ε	–	Variável auxiliar;
ζ	–	Variável auxiliar;
η_E	–	Fator de perda;
θ	–	Temperatura;
θ_1	–	Constante do material viscoelástico;
θ_2	–	Constante do material viscoelástico;
θ_i	–	Ângulo de cada trecho associado;
λ	–	Autovalor da equação característica (quadrado da frequência natural);
μ	–	Razão de massa;
ν_b	–	Fator de perda da camada base;
ν_v	–	Fator de perda da camada viscoelástica;
ν_r	–	Fator de perda da camada restritora;
ξ	–	Variável auxiliar;
φ	–	Ângulo de excitação;
ϕ	–	Autovetor da equação característica (modo de vibrar);
Φ	–	Matriz de autovetores;
ψ	–	Autovetores ortonormalizados pela matriz de massa;
Ψ	–	Matriz de autovetores ortonormalizados;
ω	–	Frequência;
Ω	–	Frequência angular;
Ω_n	–	Frequência natural;

LISTA DE ABREVIações

AG – Algoritmos Genéticos

FRF – Função Resposta em Frequência

GDL – Grau de Liberdade

MEF – Método dos Elementos Finitos

MVE – Material Viscoelástico

NDV – Neutralizador Dinâmico Viscoelástico

PEG – Parâmetros Equivalentes Generalizados

WLF – Williams-Landel-Ferry

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	16
1.2	OBJETIVOS	18
1.2.1	Objetivo Geral.....	18
1.2.2	Objetivos Específicos	18
1.3	ESTRUTURA DO TEXTO	18
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	20
2.1	CONTROLE DE VIBRAÇÕES.....	20
2.2	MATERIAIS VISCOELÁSTICOS	21
2.2.1	Amortecimento por Camadas Não-Restritas	24
2.2.2	Amortecimento por Camadas Restritas	24
2.2.3	Utilização de Geometrias Cilíndricas (Tubulares).....	26
2.3	NEUTRALIZADORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES.....	30
2.3.1	Neutralizador Dinâmico do Tipo Massa-Mola (MK)	30
2.3.2	Neutralizador Dinâmico do Tipo Massa-Mola-Amortecedor (MCK)	31
2.3.3	Neutralizador Dinâmico Viscoelástico (NDV).....	32
2.3.4	Projeto Ótimo de Neutralizadores.....	32
2.3.5	Redução das Equações do Sistema Composto	34
3	CONCEITOS FUNDAMENTAIS.....	35
3.1	MATERIAIS VISCOELÁSTICOS	35
3.1.1	Propriedades Dinâmicas dos Materiais Viscoelásticos.....	36
3.1.2	Dependência das Propriedades Dinâmicas em Frequência e Temperatura.....	36
3.1.3	Modelos Constitutivos em Derivadas de Ordem Fracionária.....	38
3.2	CONTROLE DE VIBRAÇÕES POR NEUTRALIZADORES	39
3.2.1	Funções Resposta em Frequência.....	43
3.2.2	Neutralizadores Dinâmicos.....	46
3.2.3	Sistemas com um Grau de Liberdade	47
3.2.4	Sistemas com Múltiplos Graus de Liberdade	48
3.2.5	Acoplamento de Neutralizadores a Sistemas Primários	50
3.2.6	Sistema Composto	51
3.3	MODELOS EQUIVALENTES	52
3.3.1	Parâmetros Equivalentes Generalizados.....	52

3.3.2	Reanálise de Resposta.....	55
3.3.3	Comparação entre os Diferentes Métodos	58
3.4	TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO	59
3.4.1	Tipos de Otimização Estrutural.....	60
3.4.2	Elementos Básicos	62
3.4.2.1	Variáveis de Projeto	62
3.4.2.2	Função Objetivo	62
3.4.2.3	Restrições e Domínio	63
3.4.2.4	Mínimos Local e Global	63
3.4.3	Métodos que Utilizam Derivada	64
3.4.4	Métodos que não Utilizam Derivada	65
3.4.5	Algoritmos Genéticos.....	66
3.4.5.1	Introdução	66
3.4.5.2	Terminologia	67
3.4.5.3	Operadores Genéticos	67
3.4.5.4	Parâmetros de Controle	68
3.4.5.5	População Inicial	69
3.4.5.6	Definição da Função Objetivo	70
3.4.5.7	Critérios de Parada	70
3.4.5.8	Múltiplas Avaliações do Algoritmo	71
4	MODELO NUMÉRICO	72
4.1	O SISTEMA PRIMÁRIO	72
4.2	O NEUTRALIZADOR.....	75
4.3	VARIÁVEIS DE PROJETO.....	76
4.4	FUNÇÃO OBJETIVO.....	80
4.4.1	Restrições do Problema de Otimização.....	82
4.4.2	Critérios de Convergência e Parada.....	83
4.5	IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO POR ALGORÍTMOS GENÉTICOS	83
4.6	METODOLOGIA DE PROCURA DOS PARÂMETROS ÓTIMOS	84
4.7	SIMULAÇÃO NUMÉRICA	87
4.7.1	Discretização do Modelo no Domínio da Frequência	87
4.7.2	Implementação do Modelo de Derivadas Fracionárias.....	88
4.7.3	Superfície de Resposta	90

4.7.4	O Modelo de Elementos Finitos.....	91
5	RESULTADOS	94
5.1	CASOS AVALIADOS.....	94
5.1.1	Modelo com Camada Constritora Integral	95
5.1.2	Modelo com Camada Constritora Parcial	100
5.1.3	Avaliação da Rigidez Dinâmica Multidirecional	106
5.2	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	108
6	CONCLUSÕES	110
6.1	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	110
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	112
	APÊNDICE A – EXEMPLO NUMÉRICO DE REANÁLISE DE RESPOSTA.....	115
	APÊNDICE B – ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DA MALHA DE MEF ...	116
	APÊNDICE C – EVOLUÇÃO DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA	117

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Para grande parte dos sistemas estruturais em engenharia, a existência de vibrações é um problema, o qual deve ser eliminado ou reduzido a valores aceitáveis. Níveis indesejados de vibração podem diminuir consideravelmente a vida útil de componentes ao provocar fadiga do material, desgaste excessivo de mancais e afrouxamento de parafusos, dentre outros, resultando, eventualmente, em falhas estruturais ou mecânicas. Além disso, há a possibilidade de se causar desconforto, ou mesmo dano, em pessoas, por exposição excessiva a vibrações ou pelos ruídos decorrentes destas.

Os métodos passivos utilizados para resolver ou amenizar tais problemas incluem, principalmente, os seguintes: redução de níveis da fonte de vibração; isolamento do sistema da fonte de vibração; alteração de amortecimento, massa ou rigidez, visando modificar os parâmetros modais; e introdução, no sistema a controlar, de sistemas auxiliares, ditos neutralizadores dinâmicos de vibração, que são construídos de forma tal a redistribuir e/ou absorver a energia de vibração. Entende-se por métodos passivos aqueles que promovem mudanças fixas e pré-estabelecidas nas características dinâmicas da estrutura.

Os neutralizadores, ou absorvedores, dinâmicos de vibração são dispositivos mecânicos projetados de modo a, quando fixados ao sistema a controlar, denominado sistema primário, reduzir a amplitude de vibração desse em uma determinada frequência ou faixa de frequências. Um neutralizador dinâmico não amortecido redistribui a energia de vibração, alterando o espectro de frequências de tal forma a diminuir a resposta do sistema primário na frequência de antirressonância do neutralizador. Porém, esta redução ocorre apenas para esta frequência específica, ou para uma pequena faixa em seu entorno. Em uma faixa mais abrangente de frequências, a resposta pode vir até a ser amplificada com a introdução deste dispositivo.

Quando a simples redistribuição da energia de vibração não soluciona o problema, é necessário também que haja dissipação dessa energia. Isto pode ser realizado com a introdução de amortecimento nos dispositivos, por exemplo, através da inclusão de materiais viscoelásticos (MVEs). Estruturas com dois ou mais materiais são comumente denominadas de estruturas compostas, ou estruturas sanduíches

(quando tais materiais são dispostos em um leiaute de camadas sobrepostas), e são projetadas de maneira a desenvolver modos mais eficazes para resistir às cargas aplicadas e, mais especificamente, elevar o amortecimento da estrutura, quando uma dessas camadas é composta por um material com caráter viscoelástico.

O uso de neutralizadores viscoelásticos pode gerar uma redução mais ampla e significativa na resposta do sistema primário, tornando o dispositivo mais efetivo na função de controle de vibrações. O princípio básico adicionado é o da dissipação da energia vibratória devido ao amortecimento, decorrente da deformação dos elementos viscoelásticos. Esta dissipação pode ocorrer tanto devido à deformação longitudinal quanto devido à deformação cisalhante.

A eficácia dos neutralizadores dinâmicos de vibração está diretamente ligada às suas características físicas. Para o cálculo dos parâmetros ótimos dos neutralizadores, muitos estudos utilizam uma redução no sistema de equações subjacente através da representação do sistema formado pelo sistema primário e pelo neutralizador em termos das coordenadas generalizadas do sistema primário apenas. Nesse sentido, são empregadas abordagens de modificação estrutural ou de parâmetros equivalentes generalizados.

Uma forma muito eficaz de introduzir amortecimento em uma estrutura é através da utilização de camadas restritas de material viscoelástico. Entretanto, quando esta solução é utilizada com geometrias planas, dentre outras, o controle efetuado é de caráter direcional, de forma tal que, se a direção de excitação é alterada ou é necessário o controle de modos transversais, sua efetividade é consideravelmente reduzida. Isso instiga a utilização de geometrias alternativas.

Esta dissertação investiga a eficácia de um neutralizador dinâmico de vibrações com geometria tubular e camadas restritas cilíndricas, em que o núcleo de material viscoelástico atua como elemento de flexibilidade e dissipação de energia. Nesta investigação, são empregados métodos de otimização para busca dos parâmetros ótimos do neutralizador, sendo que a curva de resposta em frequência deste é obtida através de um modelo de elementos finitos. O método da superfície de resposta é utilizado no processo para criar uma função objetivo contínua, a partir dos pontos discretos obtidos.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral do estudo é propor e desenvolver uma metodologia para projetar e avaliar o potencial, em termos de controle de vibrações, de um neutralizador dinâmico viscoelástico (NDV) de formato cilíndrico/tubular e camadas restritas de material viscoelástico, com a determinação de parâmetros de projeto ótimos.

1.2.2 Objetivos Específicos

O objetivo geral pode ser detalhado nos seguintes objetivos específicos:

- i. Propor uma abordagem para consideração das características dinâmicas de um neutralizador na forma cilíndrica composta, com redução da ordem do sistema de equações do sistema composto;
- ii. Avaliar diferentes formas de acoplamento do NDV ao sistema primário, definindo qual a mais adequada para o estudo;
- iii. Elaborar um modelo numérico em elementos finitos para a obtenção da resposta para as diferentes configurações do neutralizador proposto;
- iv. Implementar computacionalmente um sistema de busca da configuração ótima do modelo de NDV proposto, através da utilização de técnicas de otimização;
- v. Avaliar a eficiência do neutralizador na resposta da estrutura composta sujeita a excitações multidirecionais, através da comparação com a resposta da estrutura primária apenas.

1.3 ESTRUTURA DO TEXTO

No corrente capítulo, são introduzidos o problema de vibração estrutural de interesse e a utilização de materiais viscoelásticos constritos em neutralizadores dinâmicos como possível solução ao problema. Também são relacionados os objetivos gerais e específicos deste trabalho.

No segundo capítulo, é exposta uma revisão de literatura, com a apresentação de estudos sobre controle passivo de vibrações, neutralizadores

dinâmicos, otimização de parâmetros para neutralizadores e uso de materiais viscoelásticos associado a estes tópicos, juntamente com a análise de trabalhos que relacionam os temas acima citados e sua aplicação em projetos e análises de dinâmica estrutural.

No terceiro capítulo são abordados os conceitos fundamentais empregados no trabalho, particularmente no tocante a materiais viscoelásticos, sistemas equivalentes e técnicas de otimização.

No capítulo seguinte é exposta a metodologia aplicada na obtenção dos objetivos propostos. São mostrados os modelos numéricos utilizados em elementos finitos, assim como a função objetivo e as variáveis adotadas na busca pela configuração ótima, com suas restrições. Também é descrito o procedimento criado para a implementação do modelo de derivadas fracionárias para materiais viscoelásticos no programa de elementos finitos empregado.

No quinto capítulo são apresentados os resultados dos casos analisados, assim como a discussão correspondentes acerca destes resultados.

Por fim, são abordadas, no sexto capítulo, as conclusões e as recomendações para trabalhos futuros, seguidas das referências bibliográficas utilizadas, listadas em seção própria, e dos apêndices pertinentes.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, é apresentada uma revisão da literatura referente aos tópicos de relevância da dissertação. São expostos, nesse sentido, estudos sobre o controle de vibrações estruturais, neutralizadores dinâmicos, materiais viscoelásticos e processos de otimização voltados ao projeto ótimo de neutralizadores.

2.1 CONTROLE DE VIBRAÇÕES

O avanço da engenharia tem possibilitado o projeto de estruturas cada vez mais complexas, que requerem altos níveis de confiança para a utilização de coeficientes de segurança menores, explorando ao máximo o seu potencial estrutural e, em geral, tornando-as mais esbeltas e leves. Estes fatores provocam um aumento da suscetibilidade da estrutura a problemas dinâmicos, demandando avanços conjuntos na área de controle de vibrações.

A primeira questão a ser explorada no controle de vibrações é tentar alterar a fonte de excitação, de modo que ela produza menos vibração (RAO, 2008). Por vezes, atuar sobre a fonte de excitação é pouco prático e até mesmo inviável ou impossível, como é o caso das excitações naturais. Há, contudo, alguns casos, como o de desbalanceamento de rotores, por exemplo, que podem ser tratados para se reduzir as vibrações a partir da fonte.

Uma alternativa adicional é reduzir a transmissão de excitação da fonte para as demais partes do sistema, através da utilização de isoladores de vibração, modificando, assim, as transmissibilidades do sistema. Desta forma, podem ser reduzidas forças transmitidas a fundações e vibrações transmitidas a máquinas, bem como isolados equipamentos contra choques (MACINANTE, 1984).

Em outros casos, é possível realizar uma modificação de parâmetros mecânicos tais como massa, rigidez ou amortecimento, buscando alterar as características dinâmicas da estrutura. Esta é uma técnica adequada para excitações de banda estreita e quando a densidade modal é relativamente baixa, tornando-se uma alternativa complexa e, por vezes, pouco eficaz no controle em banda larga ou quando ocorrem modos muito próximos uns dos outros (DA SILVA, 2005).

Há ainda a possibilidade de introduzir um sistema auxiliar, denominado neutralizador dinâmico de vibração, que é projetado e acoplado ao sistema a controlar, dito sistema primário, de forma a atenuar os níveis de vibração deste. Essa é uma

técnica muito utilizada no controle passivo de vibrações, quando não há a possibilidade de alterar a fonte de vibração ou o sistema primário, devido à sua praticidade, custo e eficiência. Alguns sistemas mecânicos já são, inclusive, postos em operação com o acoplamento de neutralizadores, como é o caso dos cabos aéreos de transmissão.

Os neutralizadores de vibração não amortecidos possuem o inconveniente de serem eficientes, por eles próprios, em uma banda muito restrita de frequências. Para contornar este problema, a introdução de amortecimento através do uso de materiais viscoelásticos, como elastômeros, por exemplo, é de importância considerável em situações que envolvam amplas faixas de frequência (NAKRA, 2001).

2.2 MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Os materiais viscoelásticos têm sido cada vez mais aceitos na indústria e incluídos em projetos mecânicos, em parte pela sua versatilidade de forma, em parte pelas suas propriedades mecânicas, possuindo comportamento tanto de elementos elásticos quanto de viscosos. Por isso, são muito utilizados, de modo geral, no controle de vibrações, podendo introduzir altos níveis de amortecimento num sistema. Suas aplicações estendem-se desde a indústria aeroespacial, passando pela automotiva e pela naval, até o uso em equipamentos óticos e eletrônicos, dentre outros (BORGES *et al.*, 2012; NAKRA, 1998).

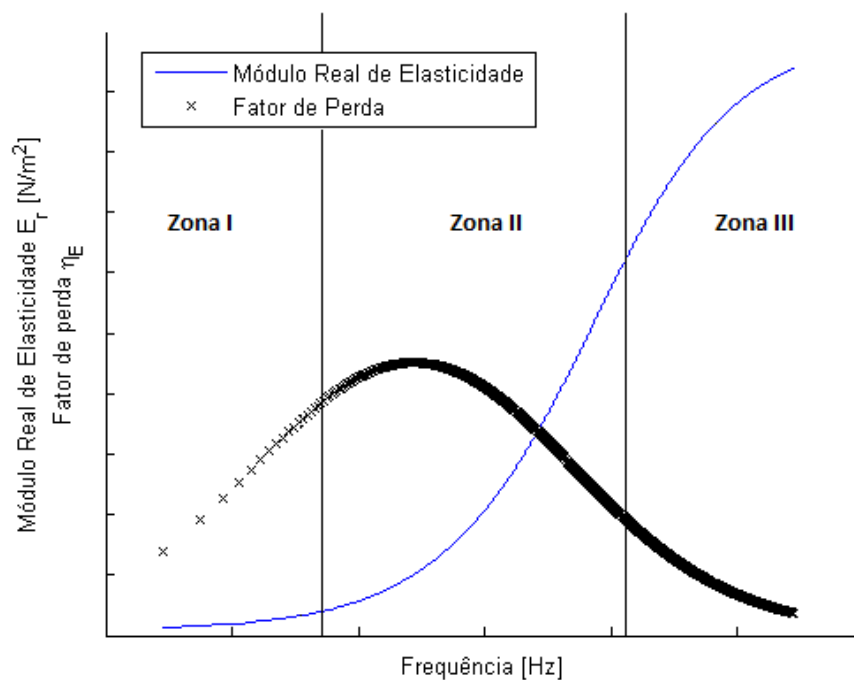
Segundo Nakra (1998), a elaboração de um projeto com materiais viscoelásticos (MVEs) exige uma modelagem adequada de suas propriedades, devido à sua dependência de diversos fatores tais como temperatura, deformação, taxa de deformação e frequência da excitação dinâmica. A representação do comportamento mecânico de um material, de acordo com suas características, é feita através do uso de modelos constitutivos, que servem para relacionar o estado de tensões atuantes no material com seu respectivo estado de deformações. O conhecimento de uma equação constitutiva apropriada para representar um determinado modelo material, fundamental na realização de qualquer cálculo estrutural, torna-se ainda mais essencial para materiais viscoelásticos.

Uma das formas mais usuais na representação do comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos é através de módulos de elasticidade complexos no domínio da frequência. Nesses módulos, a parte real representa a capacidade de armazenamento de energia do material e a parte imaginária responde pela

capacidade de dissipação de energia associada (SNOWDON, 1968). A razão entre as partes imaginária e real define o fator de perda do material. É mostrado por Grootenhuis (1970) que as propriedades dinâmicas dos materiais viscoelásticos podem ser, em boa parte das situações de interesse no controle passivo de vibrações, completamente descritas através destes módulos.

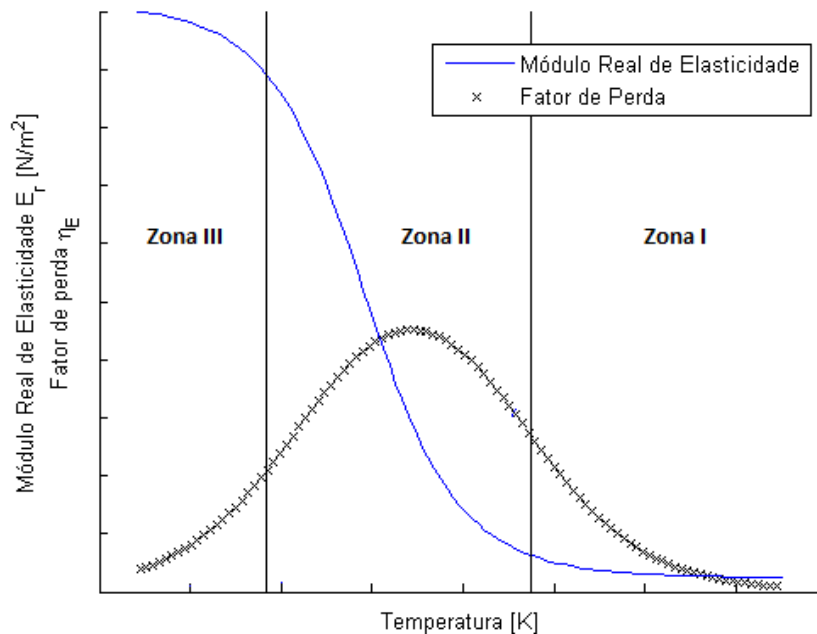
Como já antecipado, os módulos complexos são dependentes da frequência (FIGURA 1) e da temperatura (FIGURA 2), de tal forma que, para MVEs típicos, os valores do módulo real de elasticidade aumentam com a frequência e diminuem com a temperatura. Já os valores do fator de perda aumentam até um máximo e depois começam a diminuir, tanto para a temperatura quando para a frequência (NASHIF et al., 1985; MEAD, 2000).

FIGURA 1 – VARIAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE UM MVE COM A FREQUÊNCIA.



Para trabalhar de forma eficiente como um elemento dissipador de energia, o material deve possuir um alto fator de perda, trabalhando, consequentemente, na sua zona de transição (zona II das FIGURA 1 e 2). Nestas condições, seu módulo real de elasticidade varia consideravelmente tanto com a frequência quanto com, em particular, a temperatura.

FIGURA 2 – VARIAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE UM MVE COM A TEMPERATURA.



Embora seja clara a necessidade de uma representação correta dos materiais utilizados (LOPES, 1998), foge do escopo deste trabalho a realização de ensaios de caracterização dinâmica. Desta forma, são empregados materiais previamente caracterizados.

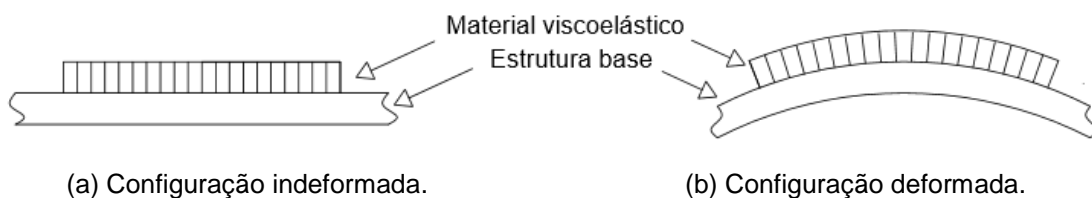
As três formas principais de aplicação de MVEs a uma estrutura, com a finalidade de controle de vibrações, são (GROOTENHUIS, 1970):

- Interposição de contato, onde o material forma a conexão entre as peças (por exemplo, o painel de um carro e sua estrutura-base);
- Utilização de uma camada não restrita de material viscoelástico, ligada a uma estrutura-base (frequentemente mais rígida), em que a flexão desta resulta em tensões principalmente normais na camada viscoelástica;
- Inserção em estruturas sanduíches, onde uma ou mais camadas constituídas de materiais com altos níveis de amortecimento são constritas entre camadas de material elástico mais rígidas, sendo que a flexão de tais estruturas causa uma deformação relativa entre as camadas elásticas e, conseqüentemente, tensões cisalhantes no material constrito.

2.2.1 Amortecimento por Camadas Não-Restritas

Uma das formas mais comuns de introduzir amortecimento em uma estrutura é através da simples sobreposição de uma camada ou manta de material viscoelástico. Nesta configuração, o MVE deforma junto com a base de material elástico, dissipando parte da energia do sistema (FIGURA 3). Para uma viga ou placa em flexão, por exemplo, as deformações normais são tanto maiores quanto mais afastado do eixo neutro um elemento se encontra. Requer-se, desta forma, que as camadas viscoelásticas sejam inseridas nas superfícies mais externas.

FIGURA 3 – DISPOSIÇÃO DE AMORTECIMENTO EM CAMADAS NÃO-RESTRITAS.

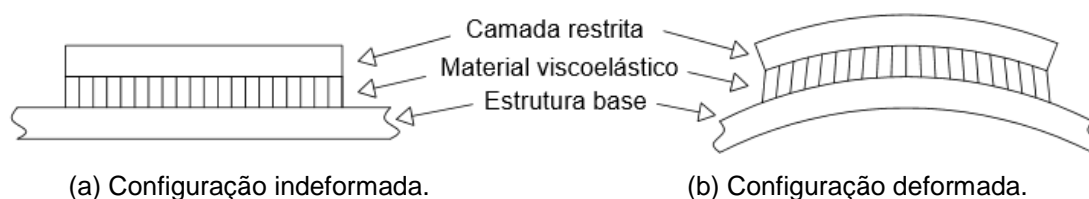


Lunden (1979) realizou um estudo sobre a distribuição de uma camada viscoelástica (na forma de manta) aplicada ao longo de uma viga e mostrou que uma distribuição não uniforme ótima pode reduzir os níveis de vibração em cerca de 40% para as primeiras frequências naturais. Dessa forma, para obter um mesmo nível de redução, pode-se utilizar, em uma distribuição otimizada, cerca de 40% a menos de material de amortecimento do que em uma distribuição uniforme. Tal distribuição geralmente se direciona para um aumento da quantidade de MVE nos pontos anti-nodais e uma redução nas regiões dos pontos nodais.

2.2.2 Amortecimento por Camadas Restritas

Há indícios de que o amortecimento introduzido pelo uso de camadas restritas era usado já no início do século XVII na fabricação de violinos, onde o verniz utilizado para selar a madeira agia dessa forma (TOMLINSON, 1990). Este conceito tem sido amplamente explorado nas últimas décadas e baseia-se no fato de que, quando constrito entre duas camadas elásticas mais rígidas, o material viscoelástico sofre principalmente deformações cisalhantes, devido à deformação relativa entre as camadas (FIGURA 4).

FIGURA 4 – DISPOSIÇÃO DE AMORTECIMENTO EM CAMADAS RESTRITAS

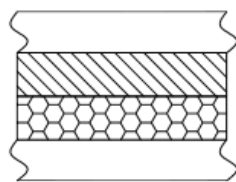


Uma abordagem analítica de um problema de vibrações de uma viga sanduíche com núcleo viscoelástico foi apresentada por Mead e Markus (1969), onde a equação do movimento para uma viga de Euler-Bernoulli foi obtida em termos do deslocamento transversal. Mostrou-se que os modos de vibrar devem ser obrigatoriamente complexos, exceto para alguns casos de caráter não prático. Mostrou-se também que os modos ortogonais de vibrar de uma viga sanduíche tornam-se acoplados no momento em que o amortecimento é introduzido à estrutura.

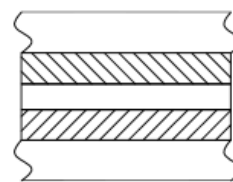
Posteriormente, os mesmos autores (MEAD e MARKUS, 1970) estudaram o fator de perda total para vigas sanduíche amortecidas, mostrando que este não é somente uma característica do fator de perda do núcleo viscoelástico, mas também varia em função do módulo de cisalhamento, de parâmetros geométricos e das restrições. Fica claro o fato de que diferentes condições de contorno levam a diferentes relações entre fator de perda e frequência de ressonância.

A ideia inicial de uma camada de MVE disposta entre duas camadas elásticas pode ser estendida para uma configuração de múltiplas camadas, com alternância entre materiais elásticos e viscoelásticos ou não, com diferentes espessuras, ampliando a gama de formas possíveis de inserção de amortecimento na estrutura. Um estudo sobre o efeito da utilização ou não de simetria na composição das camadas foi realizado por Grootenhuis (1970), mostrando que faixas maiores de frequências podem ser controladas com a utilização de configurações assimétricas para múltiplas camadas, onde uma camada de MVE possui uma rigidez muito maior do que as demais. Constatou-se, também, que uma configuração com quatro camadas, com o núcleo composto de dois MVEs distintos (FIGURA 5.a), pode ser tão eficiente quanto uma configuração com cinco camadas alternadas (FIGURA 5.b), sendo, porém, mais leve.

FIGURA 5 – DISPOSIÇÃO EM MÚLTIPLAS CAMADAS.



(a) Configuração com 4 camadas.



(b) Configuração com cinco camadas.

Três formulações distintas para análise de amortecimento em uma viga sanduíche parcialmente coberta foram descritas e comparadas por Lall, Asnani e Nakra (1988). Na primeira formulação, a expressão para o fator de perda do conjunto era obtida, para o modo considerado, como sendo a razão entre a energia dissipada e a máxima energia de deformação, para um ciclo. A segunda formulação era baseada no método de Rayleigh-Ritz, assumindo uma solução de forma conhecida, com coeficientes a determinar através da minimização do funcional de energia. Já a terceira formulação era feita através da teoria clássica de viga de Euler-Bernoulli, para as seções simples, e da teoria de vigas-sanduíche, para a seção coberta.

Vacík, Kottner e Lasova (2011) utilizaram um modelo numérico de uma viga engastada de seção transversal quadrada para encontrar o número e a posição ótima, ao longo da seção transversal da viga, de camadas restringidas de cortiça, que foi usada como material dissipador de energia. Mantendo a espessura total da seção transversal constante, foi mostrado que o aumento do número de camadas de cortiça faz com que a razão de amortecimento da viga cresça. Porém, em contrapartida, ocorre uma redução das frequências naturais e da rigidez à flexão. Mostrou-se também que um pequeno número de camadas devidamente posicionadas pode influenciar positivamente no amortecimento de toda a estrutura, mantendo a rigidez desejada.

Para o caso de flexão, a utilização de camadas não restritas só se aproxima da configuração restrita, em termos de desempenho, em casos específicos onde o MVE possui elevada rigidez e pode ser aplicado com uma espessura muitas vezes maior do que a espessura da base (GROOTENHUIS, 1970). Dessa forma, tem-se que a configuração com camadas restritas é, via de regra, a mais recomendada.

2.2.3 Utilização de Geometrias Cilíndricas (Tubulares)

Via de regra, quando são abordadas camadas restringidas, os casos analisados tratam de vigas planas com seções transversais retangulares, em que uma

manta constrita de MVE é adicionada. Porém, quando a direção de excitação é incerta, ou existe a possibilidade de carregamento torcional ou ainda deseja-se controlar modos em mais de uma direção, tal configuração pode ter seu potencial de dissipação de energia reduzido consideravelmente.

Uma alternativa é a utilização de neutralizadores com camadas restritas com seção transversal cilíndrica, fazendo com que o núcleo atue em estado cisalhante para qualquer direção de excitação, ao longo da seção transversal. Balkema (1994) afirmou que, embora as publicações sobre o tema fossem limitadas, este formato possuía certas vantagens nas condições já apresentadas. Porém, ele mostrou, tanto teórica quanto experimentalmente, que a utilização de camadas restritas uniformes (não seccionadas) em vigas com seções circulares concêntricas não introduzia amortecimento efetivo para vibração flexional. Assim, mencionou-se que alguns estudos apresentavam uma variação desta configuração, onde o núcleo era segmentado, o que podia levar a melhores resultados. O mesmo autor acima propôs ainda uma nova configuração, denominada “*barberpole*”, onde tiras de camadas restritas são dispostas com um ângulo em relação ao eixo da viga, formando um helicóide em torno desta, com vistas ao uso em vigas de seções circulares sob vibrações flexurais e torcionais.

Borges *et al.* (2012) buscaram um aumento potencial na vida útil de *risers* de petróleo através de uma elevação no amortecimento estrutural, decorrente da adição de MVE constrito, com a utilização de uma metodologia numérico-experimental e um modelo constitutivo baseado em variáveis internas, desconsiderando os termos de ordem superior. A geometria utilizada era de uma viga tubular parcialmente coberta (ao longo da seção transversal), baseada na própria geometria tubular dos *risers*. Empregando duas direções transversais na análise, foi mostrado que o amortecimento tem seu efeito reduzido consideravelmente quando a excitação ocorre em uma direção transversal àquela originalmente considerada no projeto (queda para menos de 5% do valor da direção principal). Isso indica claramente que o amortecimento introduzido pela camada restrita é de caráter direcional, sendo dependente da direção de excitação.

Sainsbury e Masti (2007) utilizaram uma análise baseada na distribuição de energia de deformação para uma casca cilíndrica com camada de MVE restrita, mostrando que uma distribuição não uniforme de material viscoelástico ao longo da estrutura pode vir a dissipar mais energia do que a utilização de um revestimento

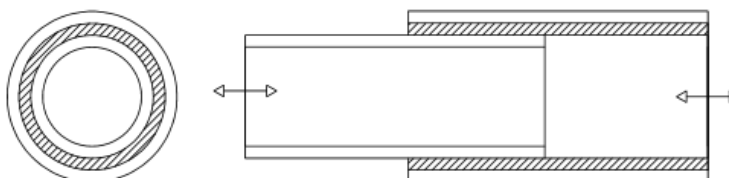
completo. Mostraram também que, para aumentar a efetividade desta distribuição, os pontos de aplicação devem ser aqueles onde há uma maior concentração da energia de deformação.

Uma geometria similar foi utilizada por Chen e Huang (1999), onde um seccionamento das camadas restritas no sentido axial é realizado, visando análise e discussão dos efeitos do comprimento, espessura e rigidez da camada restritora e do MVE. Os resultados mostraram que quanto maior a espessura ou a rigidez da camada elástica, maior o amortecimento alcançado. Já um aumento na espessura do MVE resulta em um maior amortecimento somente até um determinado valor.

Em um trabalho posterior, Chen e Huang (2001) realizaram um estudo similar, porém analisando o comportamento das camadas quando dispostas parcialmente ao longo da seção transversal do cilindro. Os mesmos resultados quanto à espessura da camada elástica e do MVE foram obtidos. Mostrou-se também que o comprimento das camadas é um fator significativo para o amortecimento, sendo que este apresenta um aumento proporcional ao aumento do comprimento, até atingir um limite máximo (cerca de 40% do comprimento total da viga). A partir daí, verifica-se que um aumento no comprimento praticamente não altera a capacidade de dissipação de energia do conjunto.

Um estudo de modificação estrutural, utilizando elementos com seção transversal cilíndrica concêntrica e um núcleo viscoelástico, foi realizado por Guo e Jiang (2011), onde esses elementos substituem alguns elementos de uma estrutura treliçada. Para provocar um estado de tensões preferencialmente cisalhante, os autores propuseram uma configuração onde tanto a camada elástica interna quanto a externa são elementos estruturais, de forma tal que cada uma delas é ligada a um dos polos de uma barra, com o núcleo viscoelástico realizando a ligação entre elas. Quando a barra sofre tensões normais, a deformação relativa entre as camadas elásticas provoca um efeito cisalhante no núcleo, explorando ao máximo seu potencial como elemento dissipador (FIGURA 6).

FIGURA 6 – CISALHAMENTO PROVOCADO POR TENSÕES NORMAIS.



Uma revisão ampla sobre vibrações em estruturas cilíndricas, incluindo barras, cascas, cilindros espessos, com uma ou múltiplas camadas, e painéis semicilíndricos, entre outros, foi apresentada por Hamidzadeh e Jazar (2010). Frisou-se, nessa revisão, que o uso da teoria de cascas finas torna-se inadequado quando há a necessidade de descrever muitos modos de vibração em cascas, assim como de analisar cilindros espessos. Ressaltou-se, então, que a estrutura considerada deve ser relativamente fina para justificar tais aproximações. Caso contrário, a teoria da elasticidade tridimensional deve ser utilizada. Os autores discutiram, também, o uso de camadas restritas em perfis cilíndricos espessos, realizando análise modal e investigando o efeito do fator de perda do material viscoelástico nos parâmetros modais, bem como o efeito de diferentes módulos cisalhantes e diferentes espessuras para o núcleo viscoelástico.

A discussão sobre estruturas cilíndricas espessas mostra-se relevante, uma vez que a teoria de Euler-Bernoulli pode não ser adequada ao estudo de estruturas sanduíches, dado que uma de suas premissas é de que as seções permanecem planas e perpendiculares após sua deformação, o que não é válido quando o núcleo constringido de MVE sofre flexão. A teoria de casca fina também pode vir a ser não representativa, uma vez que é assumida a premissa de deformação praticamente nula ao longo da espessura, o que também pode não ocorrer em algumas situações de uso de materiais viscoelásticos.

Zheng *et al.* (2005) realizaram um estudo de otimização sobre o leiaute de distribuição tanto axial quanto radial de tiras de camadas de material viscoelástico restrito, visando a redução da resposta à vibração para cascas cilíndricas. Mostrou-se que o leiaute “ótimo” tende a aumentar sua densidade de distribuição na direção axial e também a ter uma distribuição que se estende sobre toda a superfície transversal. Um estudo referente à razão de aspecto das camadas também foi realizado pelos autores, apontando que maiores efeitos de amortecimento são apresentados por uma configuração em que a razão de aspecto é maior no sentido axial do que no sentido radial.

Constata-se que a teoria de vibrações em estruturas cilíndricas já está bem desenvolvida e que diversos estudos com a consideração de amortecimento por camadas restritas têm sido realizados ao longo das últimas décadas (HAMIDZADEH e JAZAR, 2010). Estes estudos normalmente têm como prioridade a otimização dos

parâmetros estruturais, visando a redução de vibrações nas próprias estruturas, o que configura modificação estrutural. Porém, na literatura não foi encontrado qualquer trabalho acerca da utilização dos elementos aqui enfocados como componentes de um neutralizador dinâmico de vibrações.

2.3 NEUTRALIZADORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES

Como já antecipado, os neutralizadores são dispositivos mecânicos auxiliares, que são acoplados a sistemas primários com o objetivo de reduzir a amplitude de vibração destes, em uma determinada frequência ou faixa de frequências. Sua ação se baseia no fato de que um sistema, em geral, apresenta impedância mecânica relativamente baixa em torno de suas frequências naturais. O neutralizador é então projetado de forma a injetar no sistema uma impedância muito alta para uma determinada frequência, ou faixa de frequências, reduzindo assim drasticamente a amplitude de vibração. Quando a frequência de projeto de um neutralizador de um grau de liberdade coincide com a requerida para o controle ótimo da estrutura de interesse, diz-se que o neutralizador está sintonizado.

Dependendo de suas características físicas, cada neutralizador pode ser utilizado para uma aplicação específica (por exemplo, controle de sistema com grandes massas, com grandes amplitudes, em baixas ou altas frequências, *etc.*). Dentre os tipos disponíveis, podem ser citados, conforme o funcionamento, os seguintes: neutralizadores hidráulicos, eletromecânicos, viscosos e viscoelásticos.

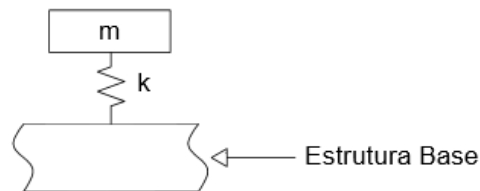
Uma forma simples de comparar o efeito na resposta devido à consideração de sistemas auxiliares distintos atuando sobre um sistema primário, ou na resposta do sistema primário antes e após a inserção do sistema auxiliar, é apresentado em Mead (2000). Denominada eficácia do sistema auxiliar, ela é definida de maneira adimensional, através da razão entre as respostas antes e após o acoplamento do sistema auxiliar. Mostra-se que a eficácia assim calculada aumenta de forma proporcional à impedância mecânica calculada na base do sistema auxiliar.

2.3.1 Neutralizador Dinâmico do Tipo Massa-Mola (MK)

Este tipo de neutralizador é composto, em essência, apenas por elementos de massa e mola, não possuindo amortecimento. Ou seja, ele não possui um elemento dissipador de energia (FIGURA 7). Seu princípio de funcionamento é realizar uma

redistribuição da energia no espectro de frequência, sem uma dissipação de energia associada, visando reduzir a vibração do sistema primário em uma única frequência, ou em uma faixa estreita específica.

FIGURA 7 – NEUTRALIZADOR DINÂMICO DO TIPO MK.



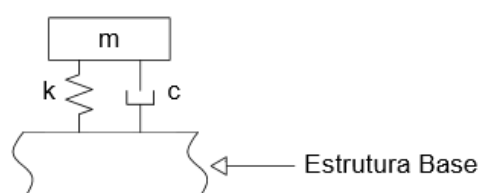
Uma das suas desvantagens é que, sendo a frequência de sintonização fixa, o controle é realizado sobre em banda estreita ao redor desta. Caso a frequência de excitação seja alterada, além de não ter seu valor reduzido pelo neutralizador, a resposta pode ser amplificada, conduzindo a uma possível falha do sistema primário. Além disto, o neutralizador MK introduz uma impedância mecânica extremamente elevada no ponto de acoplamento, podendo criar um ponto de concentração de tensões e deformações e levar o sistema de interesse a falhar neste ponto.

Uma metodologia para cálculo deste tipo de neutralizador pode ser encontrada em Den Hartog (1956) e Rao (2008). Ela demonstra, basicamente, que a frequência natural do sistema secundário de um grau de liberdade deve ser igual à frequência da excitação atuante no sistema primário para um controle efetivo.

2.3.2 Neutralizador Dinâmico do Tipo Massa-Mola-Amortecedor (MCK)

Na maioria dos casos de interesse, a simples redistribuição da energia de vibração não soluciona o problema, sendo necessário também que ocorra sua dissipação. Para isso, procura-se utilizar neutralizadores com amortecimento, criando um sistema massa-mola-amortecedor (FIGURA 8).

FIGURA 8 – NEUTRALIZADOR DINÂMICO DO TIPO MCK.



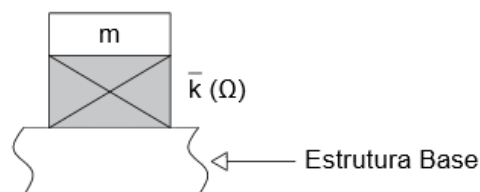
Essa dissipação de energia estende o efeito do dispositivo para frequências vizinhas à frequência de sintonia, expandindo a faixa em que o neutralizador é eficiente e reduzindo consideravelmente o nível de amplitude de vibração no próprio neutralizador. Mostra-se que, para um controle em banda larga, o amortecimento é fundamental.

Entretanto, devido à sua difícil realização física, o modelo MCK clássico, com amortecimento viscoso, é utilizado muitas vezes como um modelo teórico e comparativo. Cheung e Wong (2009) apresentaram uma configuração não usual para um neutralizador dinâmico, onde um modelo MCK é proposto com um amortecedor viscoso aterrado, ao invés de conectado ao sistema primário. Mostrou-se analiticamente que o formato proposto fornece uma redução maior na resposta de vibração do sistema primário, apesar de sua construção física ser inviável, ou até mesmo impossível, para alguns casos.

2.3.3 Neutralizador Dinâmico Viscoelástico (NDV)

Nesta configuração, os elementos de mola e amortecedor viscoso são substituídos por um elemento viscoelástico (FIGURA 9), que possui ambas as características de rigidez e amortecimento. Este dispositivo pode ser projetado com grande versatilidade de formas e tamanhos, sendo de fácil construção e de custo relativamente baixo e apresentando excelentes resultados em controle de vibração. Por isso, os NDVs podem ser utilizados em várias aplicações em engenharia.

FIGURA 9 – NEUTRALIZADOR DINÂMICO DO TIPO NDV.



2.3.4 Projeto Ótimo de Neutralizadores

A eficiência do controle de vibrações através da utilização de neutralizadores está diretamente relacionada tanto com o posicionamento destes na estrutura quanto com suas características intrínsecas. Em estruturas simples, em que os parâmetros modais do sistema primário sejam conhecidos e em que se vise controlar

particularmente alguns modos deste sistema, uma interpretação visual pode ser suficiente para posicionar os neutralizadores (DA SILVA, 2005).

Para explorar ao máximo o potencial de um neutralizador, análises de otimização dos parâmetros devem ser realizadas. Para tanto, faz-se a identificação e a definição das variáveis de projeto essenciais, tais como posição e parâmetros modais do neutralizador. Além disso, deve-se fazer também a definição de um critério a ser otimizado e a identificação das restrições às quais o problema está sujeito.

Uma vez que os parâmetros dos dispositivos passivos de controle não podem ser modificados, tanto o projeto como o posicionamento desses dispositivos devem ser cuidadosamente realizados. Geralmente, a posição dos neutralizadores é escolhida previamente, tendo como base o conhecimento dos parâmetros modais da estrutura. Porém, dado que sua eficácia está ligada, dentre outros, à amplitude de vibração a que eles estão submetidos, uma avaliação de sua localização ótima deve ser considerada.

Uma metodologia de caráter geral, que permite determinar, de forma simultânea, a localização e os parâmetros físicos ótimos de um sistema de neutralizadores, foi proposta, com variações, por da Silva (2005) e Bavastri, da Silva e Pereira (2005, 2006). A técnica apresentada revela-se versátil e adequada ao projeto ótimo de neutralizadores, principalmente quando a estrutura a controlar possui uma densidade modal elevada na faixa de frequências de interesse.

Para o projeto de um neutralizador teórico de 1 grau de liberdade não amortecido, onde se deseja efetuar o controle de uma frequência específica ou uma faixa estreita de frequências, o cálculo das características do neutralizador basicamente se resume a realizar uma sintonização da frequência natural deste com aquela a ser controlada. Porém, para sistemas mais complexos, com múltiplos graus de liberdade, em que se deseja efetuar o controle em múltiplos picos de ressonância e/ou em uma grande faixa de frequência, essa sintonização simples dos sistemas pode não resultar na melhor configuração possível, além de nem sempre ser possível.

Na existência de amortecimento, uma metodologia clássica para a obtenção do amortecimento ótimo de um neutralizador com 1 grau de liberdade é apresentada por Den Hartog (1956), metodologia essa denominada de método dos pontos fixos. Para os demais casos, o cálculo do neutralizador torna-se mais complexo, possuindo muitas variáveis, onde cada configuração apresenta uma possível solução, e a busca do melhor projeto requer a utilização de técnicas de otimização.

2.3.5 Redução das Equações do Sistema Composto

Se um sistema primário for de ordem m e o sistema secundário associado de ordem n , o sistema composto será de ordem $m + n$. Assim, cada modificação no sistema secundário (necessária no processo de busca de parâmetros ótimos) implicará a reavaliação de matrizes quadradas $[M]$, $[C]$ e $[K]$, inércia, amortecimento e rigidez, respectivamente, de ordem $m + n$. Isto torna o processo de otimização lento, principalmente quando o sistema primário for complexo.

Visando reduzir o esforço computacional despendido, são utilizadas, em geral, técnicas de modificação estrutural, para a criação de modelos equivalentes. Esses modelos buscam representar o sistema composto em termos das coordenadas do sistema primário apenas, de forma tal que a ordem das matrizes envolvidas não seja alterada durante a busca. Dentre as técnicas disponíveis, tem-se o método dos parâmetros equivalentes generalizados (PEG) e a reanálise da matriz de receptâncias do sistema composto.

O conceito de parâmetros equivalentes generalizados foi introduzido por Espíndola e Silva (1992), e é empregado para gerar um modelo dinamicamente equivalente para o neutralizador de interesse, visando facilitar o tratamento das modificações decorrentes no projeto de controle associado. Isto é feito através da consideração das funções massa dinâmica e impedância mecânica, calculadas na base do dispositivo. A massa e a constante de amortecimento determinadas nesse processo para o neutralizador são os parâmetros equivalentes generalizados.

Com esse conceito, é possível escrever as equações de movimento do sistema composto em termos das coordenadas generalizadas do sistema primário, desconsiderando a introdução dos graus de liberdade adicionados pelo neutralizador. Os autores mostraram que o sistema primário pode ter um ou múltiplos graus de liberdade, porém, se considerado que o sistema auxiliar possui apenas um grau de liberdade, o controle se dará modo a modo, requerendo-se pelo menos um neutralizador distinto para cada modo que se pretenda controlar.

Visando um controle de banda larga em estruturas complexas, Bavastri (1997) utiliza o conceito introduzido por Espíndola e Silva (1992), associado a técnicas de otimização não lineares para projetar, de forma conjunta, um sistema de neutralizadores viscoelásticos. Bavastri *et al.* (2007) estendem a definição de parâmetros equivalentes para diferentes tipos de neutralizadores (viscosos,

viscoelásticos, eletromecânicos e hidráulicos). Uma comparação entre neutralizadores viscoelásticos comuns e pendulares é realizada por Espíndola, Bavastri e Lopes (2010).

A avaliação do efeito da inserção de um sistema auxiliar viscoelástico na resposta de um sistema primário, também pode ser feita relacionando a matriz de receptâncias do sistema composto com a do sistema primário, através da utilização de uma matriz de modificações no domínio da frequência, como exposto por Lopes (1998). Este método é feito sob medida para atuar em reanálises experimentais, uma vez que as matrizes de receptâncias podem ser obtidas experimentalmente e não é necessário realizar a extração dos parâmetros modais. Mostra-se que, via de regra, para o cálculo da matriz de modificações, apenas alguns termos específicos da matriz de receptância original são necessários. Assim, a aquisição de dados experimentais é guiada pela modificação especificada, ou, no sentido contrário, a seleção de quais modificações podem ser realizadas se dá a partir dos dados disponíveis.

3 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

No presente capítulo, são discutidos os elementos teóricos associados aos tópicos de relevância da dissertação, sendo apresentadas e revistas as equações pertinentes à formulação do problema.

3.1 MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Os materiais viscoelásticos caracterizam-se por apresentar uma resposta de deformação em função do tempo para uma dada tensão aplicada. Por este motivo, também são conhecidos como materiais dependentes do tempo. Esses materiais apresentam um comportamento elástico, em que há armazenamento de energia, combinado com o comportamento viscoso, em que há dissipação de energia. O termo viscoelasticidade engloba os conceitos de fluência, deformação lenta, relaxação e reversibilidade da fluência. A resposta viscoelástica de um material também é afetada por variáveis como frequência, temperatura, taxa de deformação e amplitude de deformação, dentre outros.

3.1.1 Propriedades Dinâmicas dos Materiais Viscoelásticos

O fato de as propriedades dos materiais viscoelásticos não serem constantes implica que as análises dinâmicas tornam-se mais complexas, requerendo um conhecimento prévio e acurado do comportamento destas propriedades em função das variáveis significativas para o problema em questão.

Para problemas dinâmicos, formulados no domínio da frequência, é usual requerer-se o conhecimento do módulo de elasticidade complexo, sendo que os fatores mais influentes no comportamento desta propriedade são a frequência e a temperatura. Neste caso, o módulo de elasticidade complexo \bar{E} pode ser descrito como

$$\bar{E}(\Omega, T) = E_r(\Omega, T) + iE_i(\Omega, T) = E_r(\Omega, T)[1 + i\eta_E(\Omega, T)], \quad (1)$$

onde E_r representa o módulo real de elasticidade, associado ao armazenamento de energia elástica, E_i o módulo imaginário, associado à dissipação de energia, η_E a razão entre E_i e E_r , denominada fator de perda, Ω a frequência angular e T a temperatura.

O fator de perda, como antecipado, é definido pela razão entre as partes imaginária e a real do módulo de elasticidade, ou seja,

$$\eta_E(\Omega, \theta) = \frac{E_i(\Omega, \theta)}{E_r(\Omega, \theta)}. \quad (2)$$

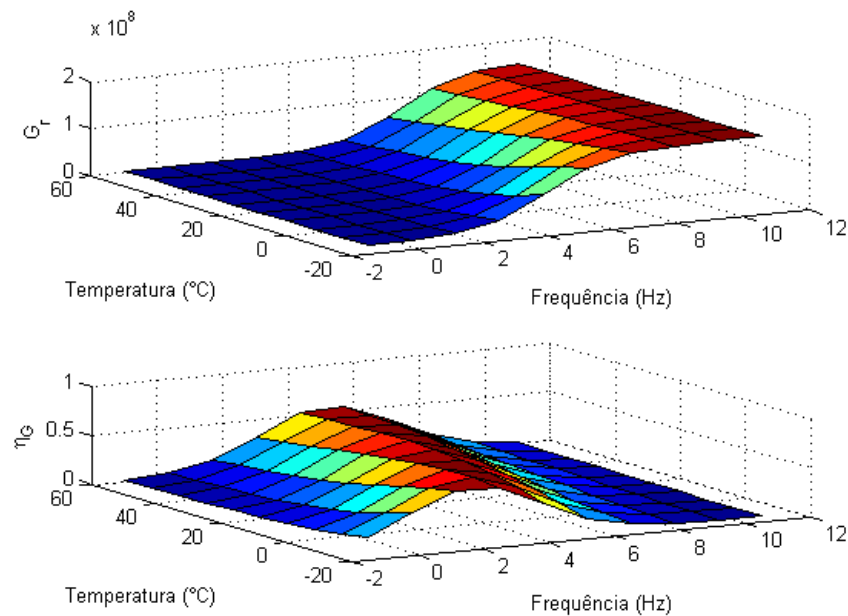
O módulo real e o fator de perda são ditos propriedades dinâmicas do material. Há relações análogas às anteriores para o módulo de cisalhamento complexo \bar{G} (BAVASTRI et al., 2007; LOPES et al., 2004).

3.1.2 Dependência das Propriedades Dinâmicas em Frequência e Temperatura

A dependência do comportamento mecânico de MVEs com relação à temperatura e à frequência resulta, em análise modal, em um problema de autovalores em que matrizes de rigidez complexa ($[\bar{K}]$) também são dependentes destas variáveis, uma vez que sua construção é feita a partir de $\bar{E}(\Omega, \theta)$, ou $\bar{G}(\Omega, \theta)$. Pode-se perceber,

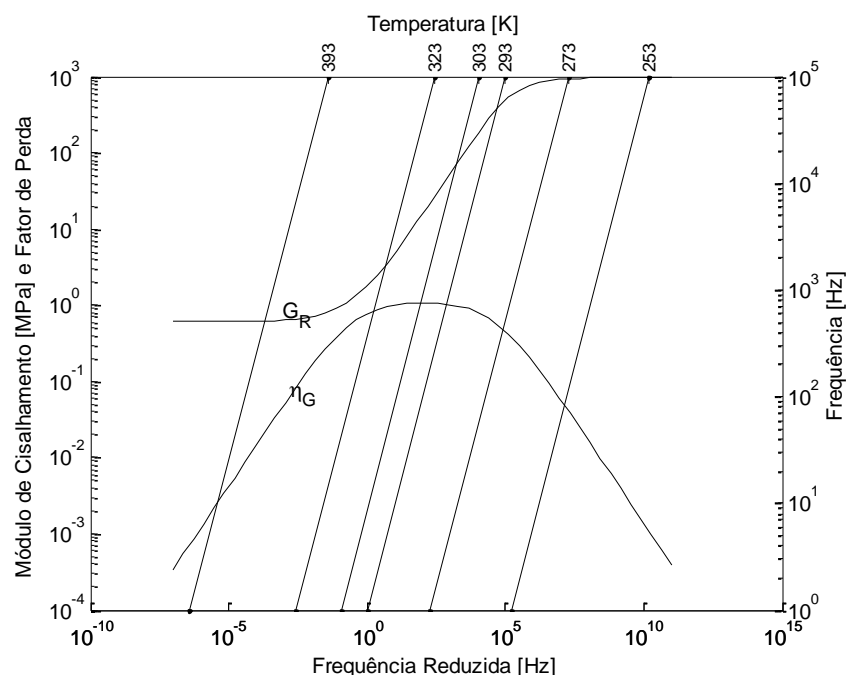
através da FIGURA 10, a existência de uma relação inversa entre os efeitos da temperatura e da frequência.

FIGURA 10 – VARIAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DE UM MVE COM A FREQUÊNCIA E A TEMPERATURA.



Tal relação proporciona a criação do nomograma de frequência reduzida (FIGURA 11), em que as propriedades dinâmicas são representadas simultaneamente, e constitui a base do princípio de superposição frequência-temperatura, adequado a MVEs termoreologicamente simples (NASHIF et al., 1985).

FIGURA 11 – NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA.



Uma equação muito utilizada na representação deste modelo de superposição é a equação de Williams-Landel-Ferry (WLF), que calcula o fator de deslocamento em temperatura ($\alpha_T(T)$), correspondente a uma certa variação contrária em frequência, e possibilita, além da representação das propriedades em um único gráfico, a inter-relação destas em temperatura e frequência. Esta equação é dada por

$$\log(\alpha_T(T)) = \frac{-\theta_1(T - T_0)}{\theta_2 + (T - T_0)}, \quad (3)$$

onde θ_1 e θ_2 são constantes dependentes do material e T_0 é uma temperatura de referência determinada de forma arbitrária.

3.1.3 Modelos Constitutivos em Derivadas de Ordem Fracionária

Modelos constitutivos são utilizados para representar o comportamento de um dado material de acordo com suas características, relacionando o estado de tensões atuantes com seu respectivo estado de deformações. O conhecimento de uma equação constitutiva apropriada para representar um determinado modelo de um material é fundamental na realização de qualquer cálculo estrutural.

As equações constitutivas representadas através da forma clássica de derivadas de ordem inteira contém muitos parâmetros a serem identificados, para uma representação acurada do comportamento de materiais viscoelásticos, tornando, por exemplo, o procedimento de identificação computacionalmente custoso. A utilização do cálculo fracionário para representar o comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos mostra-se uma ferramenta muito adequada e valiosa, reduzindo substancialmente o número de parâmetros a serem considerados (BAGLEY e TORVIK, 1986).

O corrente trabalho faz uso, para o módulo de cisalhamento complexo, da equação constitutiva do modelo de derivada de ordem fracionária de 4 parâmetros (aqui denotados G_0 , G_∞ , b_1 e β), que é dada por

$$\bar{G}(\Omega, T) = \frac{G_0 + G_\infty b_1 (i\Omega \alpha_T)^\beta}{1 + b_1 (i\Omega \alpha_T)^\beta}. \quad (4)$$

Nesta equação, as constantes elásticas G_0 e G_∞ representam, respectivamente, os valores assintóticos do módulo real de cisalhamento para frequências muito baixas ($\lim_{\Omega \rightarrow 0} G_r(\Omega, T_0) = G_0$) e muito altas ($\lim_{\Omega \rightarrow \infty} G_r(\Omega, T_0) = G_\infty$). O módulo de relaxação b_1 está associado ao deslocamento horizontal de G_r em função da frequência. O parâmetro β é adimensional, $\beta \in [0,1] \in \mathbb{R}$ e representa a ordem da derivada fracionária.

Esta formulação mostra-se bastante adequada para a representação das propriedades dos materiais viscoelásticos termoreologicamente simples. Sua correta aplicação para uma ampla gama de materiais demonstra que este é um modelo robusto para descrever o comportamento de materiais reais (BAGLEY e TORVIK, 1986).

3.2 CONTROLE DE VIBRAÇÕES POR NEUTRALIZADORES

Antes de entrar no mérito específico do controle de vibrações por neutralizadores, é interessante investigar a origem do problema de vibrações em um sistema mecânico. Mostra-se que a solução do modelo matemático correspondente passa pela resolução de um problema de autovalores e autovetores, em que os autovalores determinam as frequências naturais do sistema. Nestas frequências, o efeito combinado de massa e rigidez resulta em uma redução da rigidez dinâmica da estrutura, tornando-a mais suscetível a excitações ali atuantes. Isto pode ser indesejado para diversos tipos de sistemas e estruturas, demandando ações de controle do nível de vibração resultante.

A equação de movimento para um sistema não girante genérico, com amortecimento viscoso, em coordenadas espaciais, é dada por

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\}, \quad (5)$$

onde as matrizes $[M]$, $[C]$ e $[K]$ representam as distribuições de massa, amortecimento e rigidez do sistema, respectivamente, e são quadradas de ordem $n \times n$, onde n é igual ao número de graus de liberdade do sistema. Os vetores $\{f(t)\}$, $\{x(t)\}$, $\{\dot{x}(t)\}$ e $\{\ddot{x}(t)\}$ representam, respectivamente, a força externa atuante no sistema, o deslocamento do sistema e suas derivadas (velocidade e aceleração). Estes são vetores de ordem $n \times 1$.

Considerando, na obtenção da resposta livre ($\{f(t)\} = \{0\}$), $[C] = [0]$, e assumindo a solução na forma

$$\{x(t)\} = \{\phi\}e^{i\Omega t}, \quad (6)$$

onde $\{\phi\}$ é o vetor de amplitudes de deslocamentos, tem-se

$$[-\Omega^2[M] + [K]]\{\phi\} = \{0\}. \quad (7)$$

Desconsiderando a solução trivial ($\{\phi\} = \{0\}$) e definindo $\lambda = \Omega^2$, chega-se ao seguinte problema de autovalores e autovetores:

$$[K]\{\phi\} = \lambda[M]\{\phi\}, \quad (8)$$

cujas soluções fornecem as frequências naturais do sistema e seus modos de vibrar, Ω_i e $\{\phi\}_i$, respectivamente, com $i = 1$ a n .

A equação do movimento anteriormente exposta (Eq. (5)) pode ser reescrita no domínio da frequência, utilizando a transformada de Fourier, de modo que

$$(-\Omega^2[M] + i\Omega[C] + [K])\{X(\Omega)\} = \{F(\Omega)\}. \quad (9)$$

Tal equação relaciona, no domínio da frequência, a resposta do sistema ($\{X(\Omega)\}$) com a excitação aplicada ao mesmo ($\{F(\Omega)\}$), sendo possível, a partir dela, construir diversas funções conhecidas como funções resposta em frequência. Para baixas frequências a equação de movimento é governada pelo termo referente à rigidez do sistema, independente da frequência. Já para altas frequências, a equação é governada pelo termo relativo à massa do sistema, em associação com o quadrado da frequência.

Utilizando uma transformação de coordenadas, é possível passar do modelo espacial (Eq. (9)), que relaciona a resposta do sistema com as suas propriedades de massa, amortecimento e rigidez, para o modelo modal, em que a resposta do sistema é relacionada com as propriedades modais de frequências naturais, modos de vibrar e amortecimento modal. Este processo realiza a transformação de um sistema de n graus de liberdade em n sistemas independentes de 1GDL, como se verá na sequência.

Na transformação de coordenadas mencionada acima, propõe-se que

$$\{X(\Omega)\} = [\Phi]\{P(\Omega)\}. \quad (10)$$

onde $[\Phi] = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n]$ são os modos de vibrar não ortonormalizados, anteriormente expostos.

Substituindo (10) em (9), tem-se

$$(-\Omega^2[M] + i\Omega[C] + [K])[\Phi]\{P(\Omega)\} = \{F(\Omega)\}. \quad (11)$$

Pré-multiplicando ambos os lados desta equação por $[\Phi^T]$, obtém-se

$$[\Phi^T](-\Omega^2[M] + i\Omega[C] + [K])[\Phi]\{P(\Omega)\} = [\Phi^T]\{F(\Omega)\}. \quad (12)$$

Definindo $\{N(\Omega)\} = [\Phi^T]\{F(\Omega)\}$ e reordenando equação anterior, chega-se a

$$(-\Omega^2[\Phi^T][M][\Phi] + i\Omega[\Phi^T][C][\Phi] + [\Phi^T][K][\Phi])\{P(\Omega)\} = \{N(\Omega)\}. \quad (13)$$

A partir da equação acima, definem-se as matrizes modais como

$$[m_r] = [\Phi^T][M][\Phi], \quad (14)$$

$$[k_r] = [\Phi^T][K][\Phi] \quad (15)$$

e, considerando amortecimento viscoso proporcional,

$$[c_r] = [\Phi^T][C][\Phi]. \quad (16)$$

É conveniente realizar uma ortonormalização dos autovetores, de forma a torna-los independentes dos parâmetros espaciais do sistema. Sendo $\psi_r = \frac{\phi_r}{\sqrt{m_r}}$ os autovetores ortonormalizados pela matriz de massa, então, pelas propriedades dos autovalores e autovetores, tem-se que

$$[\Psi^T][M][\Psi] = [I]; \quad (17)$$

$$[\Psi^T][K][\Psi] = \text{diag}(\Omega_r^2); \quad (18)$$

$$[\Psi^T][C][\Psi] = \text{diag}(2\xi_r\Omega_r). \quad (19)$$

em que $[I]$ é uma matriz identidade, $\lambda_r = \Omega_r^2 = \frac{k_r}{m_r}$ e, pela consideração feita acima sobre a matriz $[C]$, $\xi_r = \frac{c_r}{2m_r\Omega_r}$, em que ξ_r é a razão de amortecimento modal.

Portanto, substituindo as equações (17) a (19) em (13), decorre que

$$(-\Omega^2[I] + i\Omega \text{diag}(2\xi_r\Omega_r) + \text{diag}(\Omega_r^2)) \{P(\Omega)\} = \{N(\Omega)\}. \quad (20)$$

Fazendo

$$[D_0(\Omega)] = (-\Omega^2[I] + i\Omega \text{diag}(2\xi_r\Omega_r) + \text{diag}(\Omega_r^2)), \quad (21)$$

tem-se que

$$\{P(\Omega)\} = [D_0(\Omega)]^{-1}\{N(\Omega)\}. \quad (22)$$

Para retornar às coordenadas espaciais, pré-multiplica-se ambos os lados por $[\Phi]$ e faz-se a substituição de $\{N(\Omega)\}$, de modo que

$$[\Phi]\{P(\Omega)\} = [\Phi][D_0(\Omega)]^{-1}[\Phi]^T\{F(\Omega)\}. \quad (23)$$

Face à Eq. (10), resulta que

$$\{X(\Omega)\} = [\Phi][D_0(\Omega)]^{-1}[\Phi]^T\{F(\Omega)\}, \quad (24)$$

onde o termo $[\Phi][D_0(\Omega)]^{-1}[\Phi]^T$ constitui a matriz de funções resposta em frequência do sistema, designada por $[H(\Omega)]$, tal que

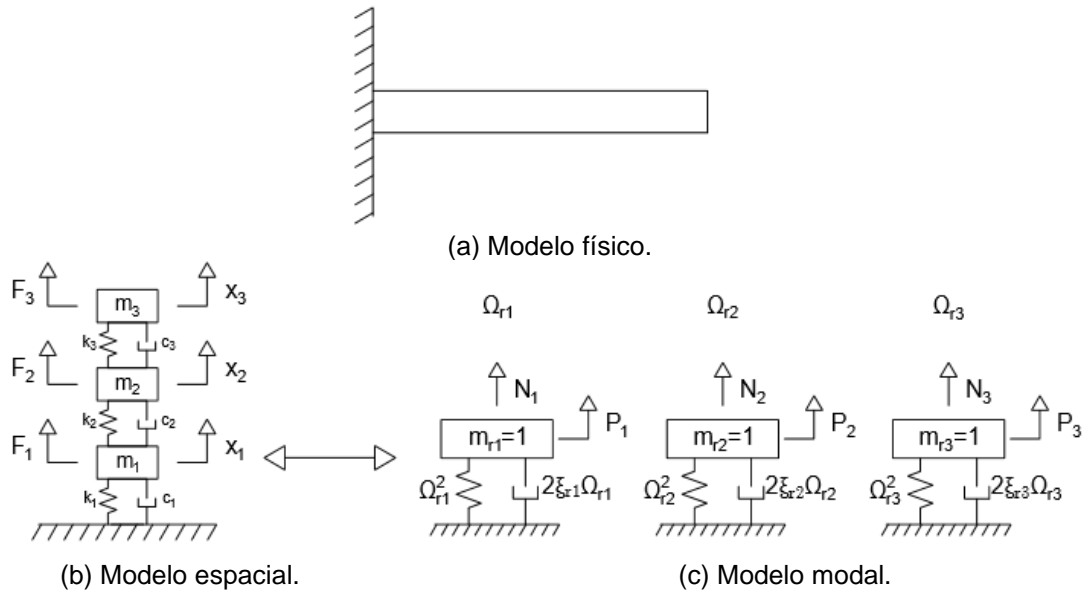
$$[H(\Omega)] = [\Phi][D_0(\Omega)]^{-1}[\Phi]^T, \quad (25)$$

onde o elemento de índice j, k de $[H(\Omega)]$ é dado por

$$H_{jk}(\Omega) = \sum_{r=1}^n \frac{[\phi_r \phi_r^T]_{jk}}{-\Omega^2 + i2\xi_r \Omega \Omega_r + \Omega_r^2}. \quad (26)$$

Tem-se, assim, um modelo no espaço modal, cujo comportamento é completamente representado apenas pelos parâmetros modais: Ω_r , ξ_r e ϕ_r . Este modelo é preferido para a representação dinâmica em uma análise de vibrações devido à simplicidade de visualização e quantificação das suas características principais. Já o modelo espacial está mais relacionado com o modelo físico, devido às suas características construtivas. A resposta do sistema é idêntica para ambos os modelos. Os diversos modelos são ilustrados na FIGURA 12, para uma viga engastada-livre modelada como um sistema com três graus de liberdade.

FIGURA 12 – REPRESENTAÇÃO DOS MODELOS.



3.2.1 Funções Resposta em Frequência

Funções resposta em frequência (FRF) representam um modelo matemático definindo a relação entre excitação e resposta, no domínio da frequência, de um dado sistema. São razões entre a transformada de Fourier da resposta e a transformada de Fourier da excitação, ambas originalmente no domínio do tempo. Devido a estas

transformações, as funções em questão passam a ter valores complexos, cuja parte imaginária está associada à existência de amortecimento no sistema.

As grandezas físicas utilizadas na definição das FRFs podem ser tanto deslocamento (X), velocidade (V_{el}) ou aceleração (A_{cel}) – esta última de uso frequente na prática, uma vez que é obtida diretamente dos acelerômetros empregados em ensaios experimentais. Tais grandezas também determinam nomes específicos para cada FRF, sendo eles, respectivamente, receptância, mobilidade e inertância (ou acelerância), que representam a razão entre as grandezas e a força aplicada ao sistema. As funções inversas são, em correspondência, rigidez dinâmica, impedância mecânica e massa dinâmica.

A receptância, como antecipado, é definida como a razão entre o deslocamento e a força de excitação, no domínio da frequência. Considerando um sistema com um grau de liberdade, com amortecimento viscoso, esta relação é dada por

$$H(\Omega) = \frac{X(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{1}{-m\Omega^2 + i\Omega c + k}. \quad (27)$$

Já a mobilidade faz uso da velocidade em sua definição, de modo que

$$Y(\Omega) = \frac{V_{el}(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{i\Omega X(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{i\Omega}{-m\Omega^2 + i\Omega c + k}. \quad (28)$$

Na sequência, tem-se a inertância, também conhecida como acelerância, que relaciona a aceleração com a força de excitação, e é dada por

$$A(\Omega) = \frac{A_{cel}(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{-\Omega^2 X(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{-\Omega^2}{-m\Omega^2 + i\Omega c + k}. \quad (29)$$

É evidente que as equações (27), (28) e (29) são governadas pelo seu denominador. As relações inversas correspondentes a estas equações determinam a razão entre a força de excitação e a grandeza de interesse na descrição de movimento. Tem-se, a saber, a rigidez dinâmica, que é

$$\frac{F(\Omega)}{X(\Omega)} = K(\Omega) = H^{-1}(\Omega) = m\Omega^2 + i\Omega c + k, \quad (30)$$

a impedância dinâmica, dada por

$$\frac{F(\Omega)}{V_{el}(\Omega)} = Z(\Omega) = Y^{-1}(\Omega) = \frac{-m\Omega^2 + i\Omega c + k}{i\Omega}. \quad (31)$$

e a massa dinâmica, em que

$$\frac{F(\Omega)}{A_{cel}(\Omega)} = M(\Omega) = A^{-1}(\Omega) = \frac{-m\Omega^2 + i\Omega c + k}{-\Omega^2}. \quad (32)$$

Por serem funções complexas, as FRFs não podem ser completamente representadas em um único gráfico bidimensional. As formas mais comuns de se representá-las são através do diagrama de Bode (FIGURA 13), que apresenta o módulo (em dB) e a fase da FRF em função da frequência, ou do diagrama de Nyquist (FIGURA 14), que apresenta a parte imaginária em função da parte real. O diagrama de Bode é muito utilizado pela sua simplicidade, permitindo a verificação visual das características do sistema. Já o diagrama de Nyquist é muito empregado em análise modal para obtenção de estimativas das frequências naturais e dos fatores de amortecimento.

FIGURA 13 – DIAGRAMA DE BODE (MÓDULO E FASE DE UMA FRF).

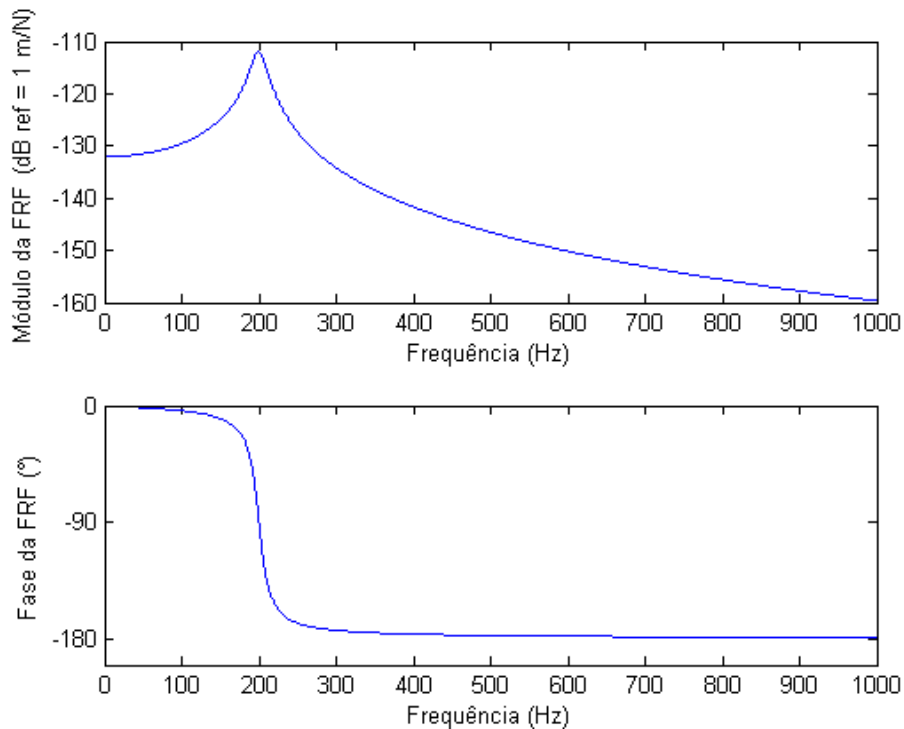
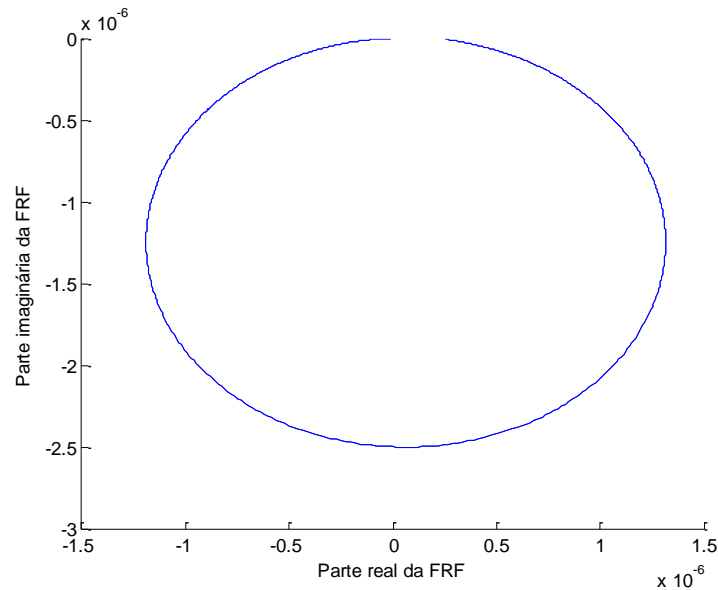


FIGURA 14 – DIAGRAMA DE NYQUIST.



3.2.2 Neutralizadores Dinâmicos

Uma das vantagens da utilização de neutralizadores dinâmicos no controle de vibrações é que estes oferecem uma solução eficiente sem a realização de alterações estruturais no sistema primário propriamente dito (visto que os neutralizadores atuam como um sistema auxiliar) e também sem a alteração da fonte de vibração. Seu princípio básico de funcionamento é a inserção de rigidez dinâmica no sistema primário, principalmente nas suas frequências de ressonância, provocando uma queda significativa de amplitude de vibração nessas frequências.

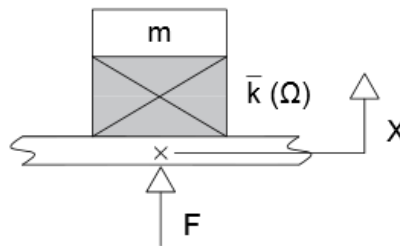
Diz-se que um neutralizador com 1 GDL está sintonizado, em um sistema primário também com 1 GDL, quando, na ausência de amortecimento, a frequência natural daquele coincide com a desejada para causar máxima redução de vibração no sistema primário. Para estas frequências, os valores de rigidez dinâmica na base do neutralizador tendem a infinito, tornando o ponto de acoplamento um nó do sistema primário.

A rigidez dinâmica calculada em um ponto é definida como a razão, na frequência, entre a força aplicada e o deslocamento resultante neste ponto (vide Eq. (30)) ou, de forma equivalente, como a força aplicada no ponto correspondente a um deslocamento unitário, ao longo da frequência. Esta definição é exatamente a inversa da definição da receptância, função que expressa a razão entre deslocamento e força.

Em se tratando de neutralizadores, a rigidez dinâmica é usualmente calculada em sua base, como ilustrado na FIGURA 15, uma vez que esta constitui o ponto de

acoplamento entre os sistemas primário e auxiliar. Uma das vantagens desta representação está na facilidade de acoplamento entre diferentes sistemas, dado que a contribuição conjunta das funções de rigidez dinâmica envolvidas no ponto de acoplamento é equivalente a uma soma algébrica da rigidez dinâmica calculada na base do neutralizador com a rigidez dinâmica do sistema primário para este mesmo ponto.

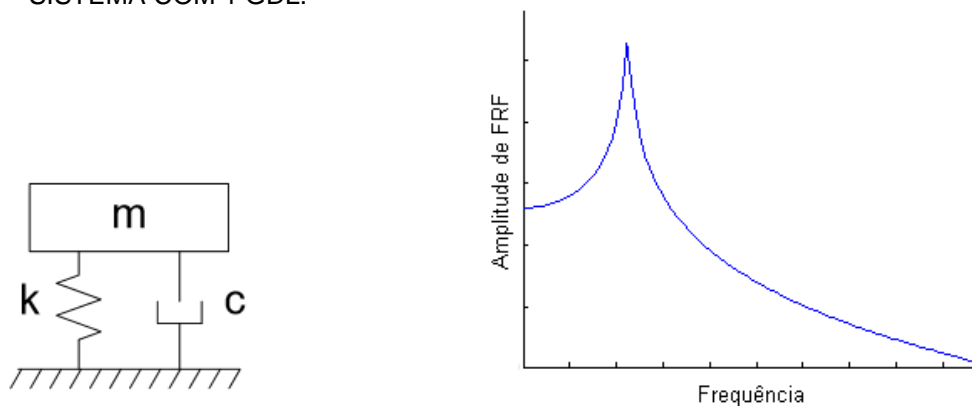
FIGURA 15 – RIGIDEZ DINÂMICA NA BASE DE UM NEUTRALIZADOR.



3.2.3 Sistemas com um Grau de Liberdade

Sistemas com um grau de liberdade são aqueles cuja dinâmica do movimento é completamente descrita utilizando uma única coordenada física. Na prática, estes sistemas não existem, porém a realização de tal aproximação é válida em muitos casos, além de extremamente conveniente, devido à simplificação resultante. Como característica principal de um sistema com um grau de liberdade, tal como ilustrado na FIGURA 16 (a), tem-se a existência de uma única frequência natural, como observado no gráfico correspondente de amplitude de FRF da FIGURA 16 (b).

FIGURA 16 – SISTEMA COM 1 GDL.



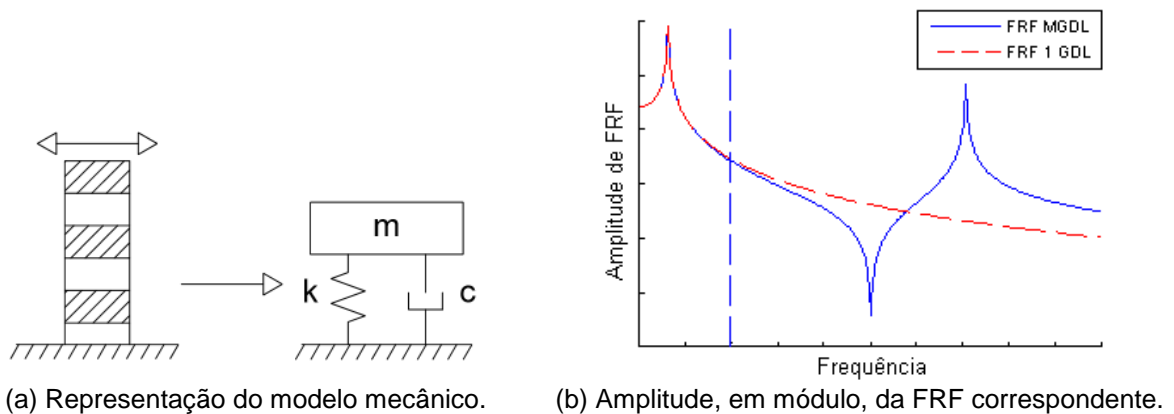
(a) Representação do modelo mecânico.

(b) Amplitude, em módulo, da FRF correspondente.

O modelo ilustrado acima é um dos modelos mais simples para um sistema vibrante, sendo composto apenas por um elemento de massa, uma mola e um amortecedor. Modelar um sistema desta forma também é muito útil quando se deseja ter noções do seu comportamento e das suas características gerais. Para estes sistemas, as matrizes da Eq. (9) se reduzem a valores escalares. A partir dessa equação, mostra-se que, para uma força atuante na frequência natural do sistema, e na presença de baixos níveis de amortecimento, a amplitude de vibração tende a valores muito altos.

Mesmo em casos em que a existência de múltiplos graus de liberdade é evidente, a representação por um único grau de liberdade pode ser realizada, dependendo da aplicação e da região de interesse. Na FIGURA 17, por exemplo, o sistema possui múltiplas frequências naturais, porém, se a região de interesse for uma faixa em torno da primeira frequência natural, o sistema pode ser abordado como possuindo 1 GDL, sem perda de generalidade.

FIGURA 17 – SIMPLIFICAÇÃO DE UM SISTEMA MECÂNICO COMPLEXO PARA UM SISTEMA COM 1 GDL.



3.2.4 Sistemas com Múltiplos Graus de Liberdade

Os sistemas mecânicos reais apresentam distribuições contínuas de massa e rigidez, possuindo infinitos graus de liberdade e consequentemente, infinitas frequências naturais. Em geral, seu comportamento, para uma determinada frequência, é uma combinação de todos os seus modos de vibrar. Na prática, apenas alguns desses modos são de interesse preponderante e necessários em uma análise de vibrações, para descrever satisfatoriamente o comportamento dinâmico do sistema.

A existência de mais de uma frequência de ressonância cria um cenário em que pode ser exigido um controle multimodal, utilizando neutralizadores também multimodais ou uma combinação de neutralizadores com 1 grau de liberdade. Neste caso, há também a possibilidade do acoplamento entre os sistemas primário e auxiliares ser realizado em pontos distintos. Além disso, um aumento no tamanho do sistema exige equações mais complexas e um maior custo computacional associado à sua resolução.

Uma consequência direta da utilização de um neutralizador é que, mesmo se ambos os sistemas possuírem 1 GDL, o sistema composto será uma combinação de ambos e, portanto, tornar-se-á obrigatoriamente um sistema com mais de um grau de liberdade. Para sistemas, por exemplo, com 2 GDL, tal como representado esquematicamente na FIGURA 18 (a), a equação de movimento para a massa do sistema primário (m_p) pode ser determinada através dos diagramas de corpo livre correspondentes.

Realizando o somatório de forças na massa do neutralizador (m_a), tem-se que

$$m_a \ddot{x}_a(t) + c_a(\dot{x}_a(t) - \dot{x}_p(t)) + k_a(x_a(t) - x_p(t)) = 0. \quad (33)$$

Fazendo o mesmo para a massa do sistema primário, decorre que

$$\begin{aligned} m_p \ddot{x}_p(t) + c_p \dot{x}_p(t) + k_p x_p(t) - c_a(\dot{x}_a(t) - \dot{x}_p(t)) \\ - k_a(x_a(t) - x_p(t)) = f(t). \end{aligned} \quad (34)$$

Aplicando a transformada de Fourier nas equações (33) e (34), isolando a transformada X_a e substituindo-a na Eq. (34), tem-se o deslocamento da massa do sistema primário, X_p , já no domínio da frequência, dado por

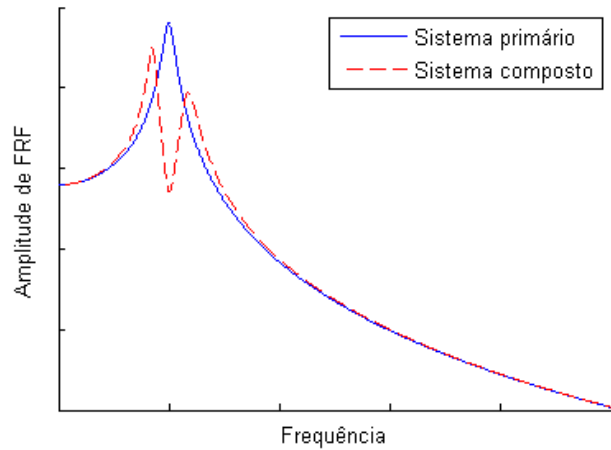
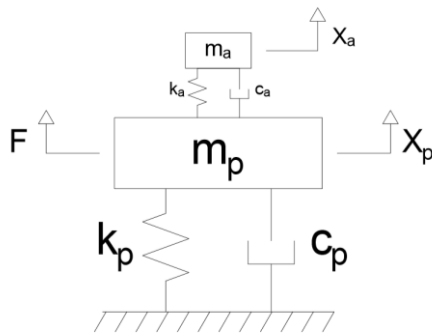
$$X_p = X_p(\Omega) = \left\{ \frac{-\Omega^2 m_a + i\Omega c_a + k_a}{A} \right\} F(\Omega), \quad (35)$$

onde o denominador $A = A(\Omega)$ é

$$A = [-\Omega^2 m_p + i\Omega(c_p + c_a) + (k_p + k_a)](-\Omega^2 m_a + i\Omega c_a + k_a) - (-\Omega^2 c_a^2 + k_a^2 + i(2\Omega c_a k_a)). \quad (36)$$

Analisando a equação (35), observa-se que a amplitude da resposta do sistema primário é minimizada na faixa de frequências em torno da frequência natural do neutralizador (raiz do numerador do lado direito da equação). Isso pode ser verificado na FIGURA 18 (b), que mostra a amplitude da função resposta em frequência para um sistema primário com 1GDL, com um neutralizador com 1 GDL acoplado e sintonizado.

FIGURA 18 – SISTEMA COM 2 GDL.



(a) Representação do modelo mecânico.

(b) Amplitude, em módulo, da FRF correspondente.

3.2.5 Acoplamento de Neutralizadores a Sistemas Primários

O acoplamento de um neutralizador a um sistema primário caracteriza uma modificação estrutural específica, com o objetivo de controlar os níveis de vibração do sistema para determinadas situações. Tal acoplamento pode ser fisicamente realizado, por exemplo, através de soldas, juntas aparafusadas, colas e adesivos, dentre outros, cada uma oferecendo diferentes características, como durabilidade (soldas), facilidade de reposição (juntas aparafusadas) e rapidez e simplicidade na montagem (colas e adesivos).

Numericamente, esta ligação pode ser realizada através da conectividade entre as matrizes (de rigidez, amortecimento e massa) dos sistemas nos graus de liberdade existentes no acoplamento. Em métodos como o de elementos finitos, este acoplamento é facilmente visualizado, sendo a matriz de rigidez do sistema composto

($[K_{sc}]$) determinada como a soma algébrica das matrizes de rigidez do sistema primário ($[K_p]$) e do neutralizador ($[K_a]$), de modo que, por exemplo, para $[K_p]$ e $[K_a]$ como abaixo,

$$\begin{aligned}
 [K_{sc}] = [K_p] + [K_a] &= \begin{bmatrix} k_{p11} & k_{p12} & k_{p13} \\ k_{p21} & k_{p22} & k_{p23} \\ k_{p31} & k_{p32} & k_{p33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{a11} & k_{a12} \\ 0 & k_{a21} & k_{a22} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} k_{p11} & k_{p12} & k_{p13} \\ k_{p21} & k_{p22} + k_{a11} & k_{p23} + k_{a12} \\ k_{p31} & k_{p32} + k_{a21} & k_{p33} + k_{a22} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{37}$$

A determinação do ponto de acoplamento entre ambos os sistemas é, via de regra, fundamental. Isso decorre do fato que a eficácia do neutralizador está diretamente ligada à amplitude de excitação a que ele está sujeito.

O número e o tipo de graus de liberdade considerados no acoplamento também influenciam de forma significativa a resposta do sistema composto, uma vez que, embora um neutralizador possa ser projetado para atuar sob uma excitação unidirecional (e.g., de translação simples), o sistema físico poderá sofrer excitações multidirecionais, devido a imperfeições geométricas, excentricidade da força aplicada ou mesmo face ao modo de vibrar considerado. Neste caso, o acoplamento entre os graus de liberdade de rotação e translação faz com que o sistema real apresente uma resposta combinada de ambos os termos, diferindo da resposta calculada inicialmente.

3.2.6 Sistema Composto

Ao realizar o acoplamento do neutralizador ao sistema a ser controlado, tem-se um sistema denominado sistema composto. Efetivamente, há uma combinação das funções de rigidez dinâmica dos dois sistemas nos graus de liberdade acoplados, o que resulta em alterações com efeito global em ambos. A resposta resultante será uma combinação entre as respostas individuais dos sistemas acoplados. Desta forma, o neutralizador é usualmente projetado para compensar o déficit de rigidez dinâmica existente no sistema primário em torno das suas frequências naturais.

O projeto mais corriqueiro baseia-se na sintonização do sistema auxiliar com a frequência de ressonância do sistema primário. Porém, a resposta resultante é obtida através da montagem de um modelo composto, com ambos os sistemas,

criando um sistema completo, que contém todos os graus de liberdade. Em alguns casos, onde a complexidade associada é muito elevada, a representação do sistema composto de forma completa pode tornar-se muito laboriosa e até mesmo inviabilizar os cálculos necessários. Busca-se, então, algum outro tipo de representação do acoplamento entre os sistemas, que se aplica também em casos onde algum método de otimização ou múltiplas reanálises são necessárias.

3.3 MODELOS EQUIVALENTES

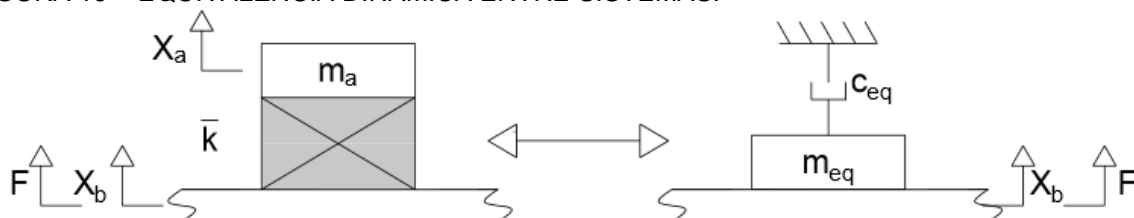
A utilização de modelos dinamicamente equivalentes vem como uma alternativa para a redução do tamanho das equações do sistema composto. Tais modelos possuem como pressuposto o fato de não ser necessária uma representação completa de sistemas acoplados, contendo todos os seus graus de liberdade, para descrever a influência dinâmica de um em outro.

Esta representação é realizada através das características dinâmicas calculadas nos pontos de acoplamento. Isto se deve ao fato de que um sistema enxerga o outro apenas com as informações obtidas na conexão entre ambos. Ou seja, o sistema primário não toma conhecimento da amplitude de movimento de um ponto do sistema auxiliar em si mesmo, mas sim do efeito que este movimento exerce (em combinação com os demais) nos pontos de acoplamento entre os sistemas.

3.3.1 Parâmetros Equivalentes Generalizados

Através deste conceito, busca-se representar o efeito que um sistema auxiliar exerce em um sistema primário pela geração de um modelo dinamicamente equivalente para o primeiro sistema, em termos de parâmetros de massa equivalente e amortecimento equivalente. Por esta representação, ilustrada na FIGURA 19 para um neutralizador viscoelástico com 1 GDL, pode-se descrever o comportamento do sistema composto através das coordenadas do sistema primário, apenas.

FIGURA 19 – EQUIVALÊNCIA DINÂMICA ENTRE SISTEMAS.



Através do diagrama de corpo livre do modelo equivalente, decorre que

$$f(t) = c_{eq}\dot{x}_b(t) + m_{eq}\ddot{x}_b(t), \quad (38)$$

onde o índice b indica a base do neutralizador. Aplicando a transformada de Fourier, obtém-se

$$F(\Omega) = [-\Omega^2 m_{eq}(\Omega) + i\Omega c_{eq}(\Omega)]X_b(\Omega). \quad (39)$$

De forma análoga à relação descrita na Eq. (30), tem-se que a rigidez dinâmica calculada na base do neutralizador pode ser dada por

$$K_b(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{X_b(\Omega)} = -\Omega^2 m_{eq}(\Omega) + i\Omega c_{eq}(\Omega), \quad (40)$$

de onde se nota que a massa equivalente compõe a parte real da rigidez dinâmica, dividida por $-\Omega^2$, e o amortecimento equivalente compõe a parte imaginária desta, dividida por Ω .

A obtenção dos parâmetros equivalentes generalizados, $c_{eq}(\Omega)$ e $m_{eq}(\Omega)$, faz uso da 2ª lei de Newton para o neutralizador original. Do somatório de forças na base do neutralizador, obtém-se

$$f(t) = \bar{k}(x_b(t) - x_a(t)). \quad (41)$$

Aplicando a transformada de Fourier à equação acima, tem-se

$$F(\Omega) = \bar{k}[X_b(\Omega) - X_a(\Omega)]. \quad (42)$$

Por outro lado, do somatório de forças na massa do neutralizador, obtém-se

$$\bar{k}(x_b - x_a) = m_a\ddot{x}_a, \quad (43)$$

a qual, levando para o domínio da frequência, resulta em

$$\bar{k}[X_b(\Omega) - X_a(\Omega)] = -\Omega^2 m_a X_a(\Omega). \quad (44)$$

Isolando $X_a(\Omega)$ em (42) e substituindo-o em (44), resulta, após manipulação, que

$$\frac{F(\Omega)}{X_b(\Omega)} = \frac{-\Omega^2 m_a \bar{k}}{-\Omega^2 m_a + \bar{k}} = K_b(\Omega). \quad (45)$$

Essa é a rigidez dinâmica em função das coordenadas da base apenas. Fazendo $\bar{k} = k(1 + i\eta)$ e igualando as partes reais e imaginárias das equações (40) e (45), tem-se que

$$m_{eq} = \frac{m_a[k(-\Omega^2 m_a + k) + (\eta k)^2]}{(-\Omega^2 m_a + k)^2 + (\eta k)^2} \quad (46)$$

e

$$c_{eq} = \frac{m_a^2 \eta k \Omega^3}{(-\Omega^2 m_a + k)^2 + (\eta k)^2}. \quad (47)$$

Com os parâmetros equivalentes, a dinâmica do sistema composto pode ser escrita em função das coordenadas do sistema primário apenas, de modo que a equação de movimento, para um sistema primário com 1 GDL e amortecimento viscoso, sob excitação harmônica, passa a ser

$$(m + m_{eq})\ddot{x}(t) + (c + c_{eq})\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (48)$$

em que $x(t) = x_b(t)$.

A correspondente função resposta em frequência do sistema composto, para quaisquer excitações, é

$$H(\Omega) = \frac{1}{-\Omega^2(m + m_{eq}) + i\Omega(c + c_{eq}) + k}. \quad (49)$$

Através da equação (49), é possível encontrar os parâmetros ótimos do neutralizador, para minimizar a resposta do sistema primário. De posse desses, pode-se realizar o projeto do neutralizador.

3.3.2 Reanálise de Resposta

O método de reanálise de resposta (BRANDON, 1990) permite que se represente o sistema a controlar diretamente por suas curvas de função resposta em frequência, ao invés de extrair os parâmetros associados. Este método explora o fato de que a rigidez dinâmica resultante no ponto de acoplamento entre dois sistemas distintos é equivalente à soma das funções individuais de cada sistema calculadas para este ponto.

Considerando o neutralizador como uma alteração aplicada na matriz de rigidez dinâmica do sistema primário ($[K(\Omega)]$), tem-se que seu efeito pode ser representado através de uma matriz de modificação no domínio da frequência ($[\Delta K(\Omega)]$), calculada na base do neutralizador, de modo que

$$[K(\Omega)]_{n \times n}^* = [K(\Omega)]_{n \times n} + [\Delta K(\Omega)]_{n \times n}. \quad (50)$$

Um dos obstáculos dessa abordagem é que, usualmente, obtêm-se, a partir de ensaios experimentais, curvas de receptância dos sistemas, e não as de rigidez dinâmica. Como as matrizes correspondentes são inversas, uma pode ser obtida a partir da outra por inversão matricial. A princípio, para sistemas com múltiplos graus de liberdade, a obtenção de apenas um elemento da nova matriz modificada $[K(\Omega)]^*$ requer o conhecimento de toda a matriz de receptâncias do sistema primário $[H(\Omega)]$, posto que

$$[K(\Omega)]_{n \times n}^* = [[H(\Omega)]^{-1} + [\Delta K(\Omega)]]_{n \times n}. \quad (51)$$

Contudo, sendo estas modificações de caráter localizado, tem-se que a matriz $[\Delta K(\omega)]_{n \times n}$ é de caráter esparsa, tal que

$$[\Delta K(\Omega)]_{n \times n} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & [\Delta K(\Omega)]_{r \times r} \end{bmatrix}. \quad (52)$$

Mostra-se algebricamente que, havendo interesse apenas no efeito que esta modificação causa em uma submatriz da matriz de receptâncias, diga-se $[R(\Omega)]_{r \times r}$, submatriz essa localizada na partição inferior direita, em correspondência a $[\Delta K(\Omega)]_{r \times r}$, é possível obter o resultado desta alteração apenas a partir dos termos cruzados correspondentes, sem a necessidade da resolução completa do sistema. Ou seja,

$$[H(\Omega)]_{r \times r}^* = [[H(\Omega)]_{r \times r}^{-1} + [\Delta K(\Omega)]_{r \times r}]_{r \times r}^{-1}. \quad (53)$$

A matriz $[\Delta K(\Omega)]_{r \times r}$ deve conter obrigatoriamente todas as modificações realizadas. Já $[H(\omega)]_{r \times r}$ deve conter todos os pontos de interesse no sistema primário e também os elementos associados aos valores não nulos da matriz de modificação.

Sejam, por exemplo, uma matriz de receptâncias “completa” de segunda ordem, dada por

$$[H(\Omega)]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} H_{11}(\Omega) & H_{12}(\Omega) \\ H_{21}(\Omega) & H_{22}(\Omega) \end{bmatrix}, \quad (54)$$

e uma matriz contendo modificações localizadas, tal que

$$[\Delta K(\Omega)]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta K_{22}(\Omega) \end{bmatrix}. \quad (55)$$

Se apenas a influência que a modificação $\Delta K_{22}(\Omega)$ ocasiona no elemento $H_{22}(\Omega)$ for relevante, a equação (53) afirma que

$$H_{22}^*(\Omega) = [H_{22}(\Omega)^{-1} + \Delta K_{22}(\Omega)]^{-1}. \quad (56)$$

Mostra-se que essa relação é válida, em particular, da seguinte forma. Tem-se que

$$[H(\Omega)]_{2 \times 2}^* = [[H(\Omega)]_{2 \times 2}^{-1} + [\Delta K(\Omega)]]_{2 \times 2}^{-1}. \quad (57)$$

Expandindo o primeiro termo do lado direito da equação (57), obtém-se

$$[H(\Omega)]_{2 \times 2}^{-1} = \frac{1}{\alpha} \begin{bmatrix} H_{22}(\Omega) & -H_{12}(\Omega) \\ -H_{21}(\Omega) & H_{11}(\Omega) \end{bmatrix}, \quad (58)$$

onde $\alpha = H_{11}(\Omega).H_{22}(\Omega) - H_{12}(\Omega).H_{21}(\Omega)$.

Substituindo (58) em (57), decorre que

$$\begin{aligned} [H(\Omega)]_{2 \times 2}^* &= \left[\begin{bmatrix} \frac{H_{22}(\Omega)}{\alpha} & \frac{-H_{12}(\Omega)}{\alpha} \\ \frac{-H_{21}(\Omega)}{\alpha} & \frac{H_{11}(\Omega)}{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta K_{22}(\Omega) \end{bmatrix} \right]_{2 \times 2}^{-1} \\ &= \left[\begin{bmatrix} \frac{H_{22}(\Omega)}{\alpha} & \frac{-H_{12}(\Omega)}{\alpha} \\ \frac{-H_{21}(\Omega)}{\alpha} & \frac{H_{11}(\Omega)}{\alpha} + \Delta K_{22}(\Omega) \end{bmatrix} \right]_{2 \times 2}^{-1}. \end{aligned} \quad (59)$$

Resolvendo a inversão matricial do lado direito da equação acima, chega-se

a

$$[H(\Omega)]_{2 \times 2}^* = \frac{1}{\beta} \begin{bmatrix} \frac{H_{11}(\Omega)}{\alpha} + \Delta K_{22}(\Omega) & \frac{H_{12}(\Omega)}{\alpha} \\ \frac{H_{21}(\Omega)}{\alpha} & \frac{H_{22}(\Omega)}{\alpha} \end{bmatrix}, \quad (60)$$

$$\text{onde } \beta = \frac{H_{11}(\Omega).H_{22}(\Omega)}{\alpha^2} - \frac{H_{12}(\Omega).H_{21}(\Omega)}{\alpha^2} + \frac{H_{22}(\Omega).\Delta K_{22}(\Omega)}{\alpha} = \frac{1+H_{22}(\Omega).\Delta K_{22}(\Omega)}{\alpha}.$$

Portanto, a matriz de receptâncias modificada é dada por

$$[H(\Omega)]_{2 \times 2}^* = \begin{bmatrix} \frac{H_{11}(\Omega) + \alpha.\Delta K_{22}(\Omega)}{\gamma} & \frac{H_{12}(\Omega)}{\gamma} \\ \frac{H_{21}(\Omega)}{\gamma} & \frac{H_{22}(\Omega)}{\gamma} \end{bmatrix}, \quad (61)$$

$$\text{onde } \gamma = \beta.\alpha = 1 + H_{22}(\Omega).\Delta K_{22}(\Omega).$$

Observa-se que o elemento modificado de interesse é

$$\begin{aligned} H_{22}^*(\Omega) &= \frac{H_{22}(\Omega)}{\gamma} = \frac{H_{22}(\Omega)}{1 + H_{22}(\Omega) \cdot \Delta K_{22}(\Omega)} \\ &= \left[\frac{1 + H_{22}(\Omega) \cdot \Delta K_{22}(\Omega)}{H_{22}(\Omega)} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (62)$$

Rearranjando a equação(62), obtém-se finalmente que

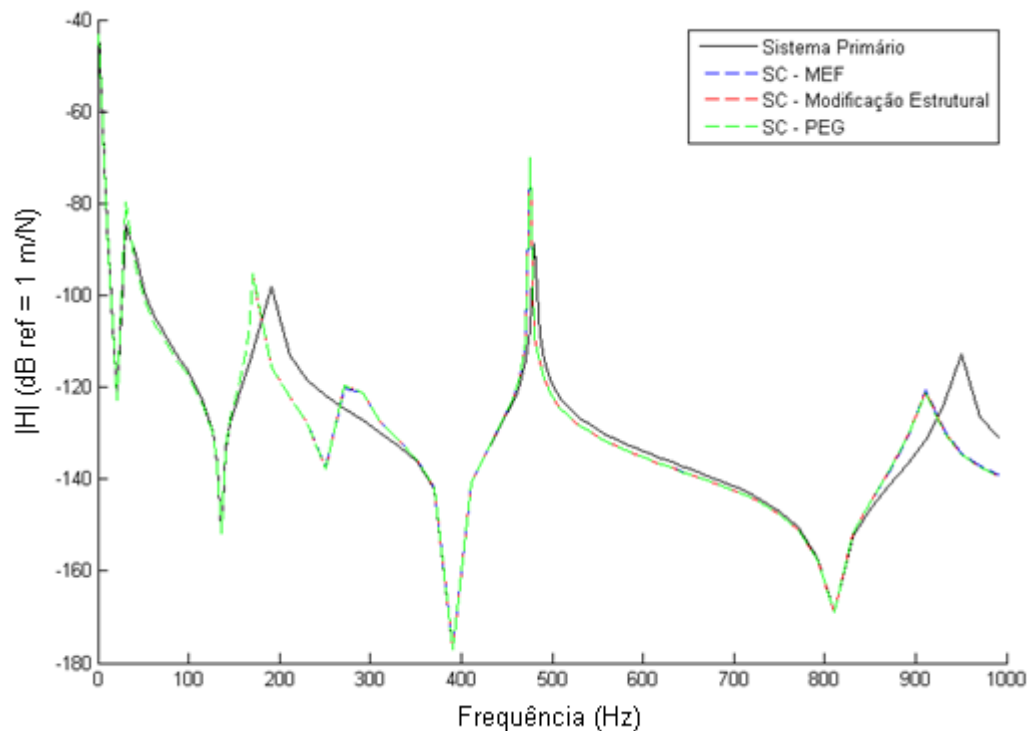
$$H_{22}^*(\Omega) = \left[\frac{1}{H_{22}(\Omega)} + \Delta K_{22}(\Omega) \right]^{-1} = \{[H_{22}(\Omega)]^{-1} + \Delta K_{22}(\Omega)\}^{-1} \quad (63)$$

Analisando os outros termos da matriz de receptâncias modificada, fica evidente que estes também são influenciados pela modificação. Esta metodologia, aplicada no presente trabalho, também é válida para modificações de ordem superior. Um exemplo numérico para uma matriz de quarta ordem pode ser verificada no Apêndice A.

3.3.3 Comparação entre os Diferentes Métodos

Uma comparação entre a aplicação dos métodos expostos nas seções anteriores é apresentada abaixo. As curvas de função resposta em frequência são extraídas de modelos de elementos finitos de sistemas primário e secundário, isoladamente. O acoplamento entre os sistemas é verificado através dos métodos de parâmetros equivalentes generalizados e reanálise de resposta. Os resultados decorrentes são comparados ainda com o do sistema composto, também modelado pelo método dos elementos finitos. A FIGURA 20 mostra a resposta do sistema primário antes e após a modificação realizada (inserção de neutralizador) para os três casos considerados, comprovando, face à superposição de curvas correspondentes, a equivalência entre os modelos utilizados.

FIGURA 20 – COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE MODELO EQUIVALENTE.



O método dos parâmetros equivalentes generalizados traz como grande vantagem a análise inversa do sistema, onde é possível encontrar os parâmetros ótimos de massa e amortecimento equivalentes que minimizam a resposta do sistema e, a partir deles, projetar um dispositivo que satisfaça estas condições. Já a técnica de reanálise de resposta tem como vantagem a possibilidade de trabalhar diretamente com curvas experimentais do sistema, sem a necessidade da extração dos parâmetros modais ou da utilização de um modelo matemático para representar o sistema. Esse método, como já antecipado, é o utilizado no presente trabalho.

3.4 TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO

Para diversos sistemas mecânicos, em geral, definir qual a configuração a ser utilizada em sua composição é algo trivial, lógico, ou facilmente definido a partir de algumas análises simples. Para outros, esta escolha não é algo tão corriqueiro, necessitando um conhecimento melhor do sistema e das variáveis que o influenciam. Dessa forma, a melhor configuração só pode ser definida utilizando técnicas de otimização.

As técnicas de otimização buscam encontrar uma configuração ótima para o problema proposto, normalmente através da minimização de uma função que está

associada ao mérito de cada configuração desse sistema. Além da engenharia, este conceito é utilizado nas mais diversas áreas, que incluem sistemas econômicos, sistemas de produção e até mesmo sistemas de trânsito.

A formulação do problema de otimização segue, basicamente, a seguinte metodologia (ARORA, 2004):

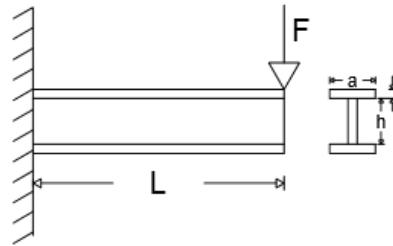
- Definição do problema – faz-se, inicialmente, uma descrição do processo que se deseja otimizar, definindo quais os objetivos a serem alcançados;
- Coleta de dados e informações – após a definição do problema, devem ser reunidas todas as informações pertinentes à solução deste, como recursos disponíveis, dados e custos de materiais, dentre outros;
- Identificação das variáveis de projeto – neste ponto são definidos, então, dos parâmetros que fazem parte da formulação do problema, quais são variáveis controladas externamente e quais são constantes;
- Identificação do critério a ser otimizado – formula-se, na sequência, uma função que utiliza as variáveis de projeto como dados de entrada e fornece, como saída, um valor escalar. Esta quantidade é utilizada na comparação de diferentes projetos, de forma que os melhores pontos de projeto fornecem os melhores valores para a função utilizada;
- Identificação das restrições do problema – em adição, podem ser fornecidas restrições para o problema, como valores máximos e mínimos das variáveis e/ou relações entre estas, delimitando a região admissível de projeto.

3.4.1 Tipos de Otimização Estrutural

A otimização estrutural pode ser dividida basicamente em paramétrica, de forma e topológica, segundo a maneira como a otimização é realizada.

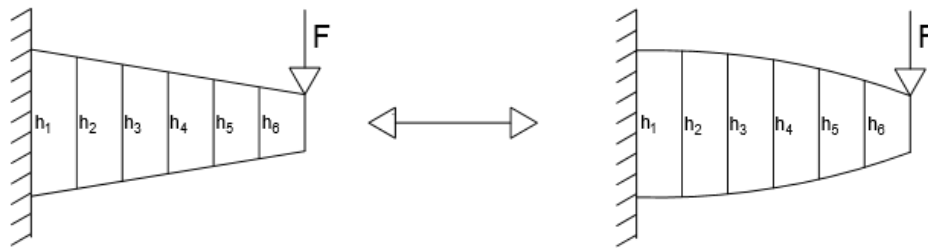
Na otimização paramétrica, a estrutura é representada através de algumas variáveis de projeto na forma de parâmetros como comprimentos, larguras e espessuras (vide FIGURA 21). Estes valores serão otimizados buscando a melhor configuração possível, porém mantendo o formato da estrutura. Devido à sua simplicidade, esta é uma das formas mais comuns de otimização.

FIGURA 21 – OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL PARAMÉTRICA.



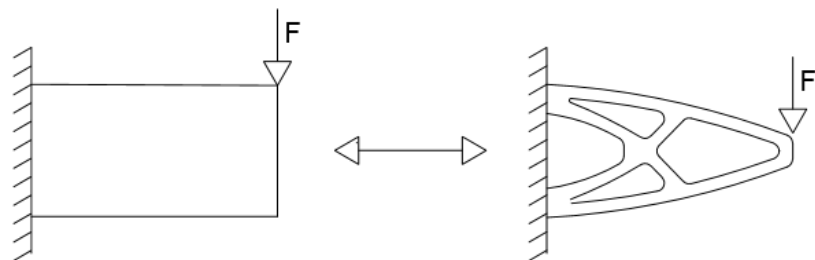
No caso da otimização estrutural de forma, modifica-se o formato e a posição do contorno da estrutura, possibilitando a criação de novas geometrias e aspectos (vide FIGURA 22). Isto torna a região de busca mais flexível e fornecendo, em geral, uma solução ótima menos conservadora do que a otimização paramétrica.

FIGURA 22 – OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE FORMA.



Ao possibilitar a criação de cavidades dentro do contorno da estrutura, além de incorporar as características dos métodos anteriores, a otimização topológica apresenta-se como um método muito versátil, onde não é necessário ter um conhecimento prévio do formato final da estrutura (vide FIGURA 23). Em virtude dos seus aspectos, este método é muito utilizado em indústrias que trabalham com desenvolvimento de ponta, pois possibilita a obtenção do melhor arranjo para o projeto de acordo com as condições impostas.

FIGURA 23 – OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE TOPOLOGIA.



3.4.2 Elementos Básicos

O claro conhecimento de alguns fundamentos presentes na construção de um problema de otimização é importante para sua correta compreensão. Os seguintes conceitos básicos são descritos a seguir: variáveis de projeto, função objetivo, restrições e domínio viável e inviável e mínimo local e global.

3.4.2.1 Variáveis de Projeto

As variáveis de projeto (v.p.) são os parâmetros do sistema que são controlados pelo algoritmo de otimização e são variados visando a melhor configuração do sistema. Estas variáveis são definidas pelo usuário a fim de caracterizar da melhor maneira o problema formulado. As v.p. mudam de acordo o caso em questão e o processo de definição destas é um ponto muito importante no processo de otimização. Caso estas variáveis não sejam definidas corretamente a solução do problema pode ser inviável ou incorreta.

Um número reduzido de variáveis pode excluir do processo de busca algumas possibilidades muito interessantes. Já a utilização de um grande número delas afeta o tempo de solução do problema, deixando o processo de otimização mais complexo.

Em geral, há dois tipos de v.p.: contínuas e discretas. As contínuas podem assumir qualquer valor dentro de um intervalo especificado. Já as discretas só podem assumir alguns valores particulares.

3.4.2.2 Função Objetivo

Ao definir-se um intervalo fechado para as possíveis variáveis de projeto, forma-se um conjunto de soluções factíveis do sistema, também chamado de região admissível. Entretanto, para avaliar o quanto um projeto é melhor do que o outro, é necessário adotar um critério que os qualifique.

A função objetivo é utilizada para representar numericamente o problema em questão, avaliando um conjunto de variáveis e mensurando-o de acordo com a sua aptidão, possibilitando, assim, a determinação dos parâmetros ótimos para minimização do problema.

Nos casos em que existe apenas uma função objetivo, o problema é conhecido como otimização mono-objetivo ou escalar. Entretanto, pode-se ter um

processo com diversas funções objetivo, que é conhecido, então, como otimização multi-objetivo ou vetorial.

3.4.2.3 Restrições e Domínio

Em um problema de engenharia, podem existir restrições que devem ser satisfeitas. Estas restrições são relações funcionais das variáveis de projeto, explícitas ou implícitas, que estabelecem limites sobre o projeto. As restrições do tipo explícitas são impostas nas variáveis de projeto, como os valores máximo e mínimo que a variável pode assumir. Já as restrições implícitas não apresentam a dependência direta das variáveis de projeto.

A definição de todas as restrições de um problema gera uma região de busca viável, também chamada de domínio. Pontos que estão dentro desta região são definidos como projetos viáveis e os que estão fora são ditos projetos inviáveis.

3.4.2.4 Mínimos Local e Global

Diz-se que um ponto de projeto é um mínimo global da função objetivo quando não há melhor solução para o problema de minimização proposto na região factível (S). O ponto de projeto x^* é um mínimo global de $f(x)$ se, e somente se,

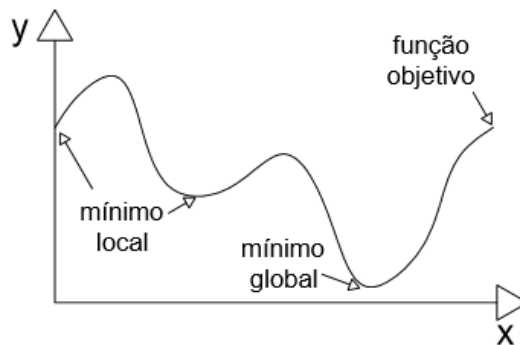
$$f(x^*) \leq f(x), \quad x \in S. \quad (64)$$

Por outro lado, um ponto é denominado mínimo local quando este é a melhor solução existente em uma pequena vizinhança em seu entorno. Ou seja,

$$f(x^*) \leq f(x), \quad x_a \leq x \leq x_b, \quad (65)$$

onde x_a e x_b são valores próximos a x^* . Tais pontos podem ser obtidos visualmente através de uma análise gráfica (FIGURA 24), ou matematicamente, através da análise dos extremos da função.

FIGURA 24 – MÍNIMO LOCAL E MÍNIMO GLOBAL.



Um importante teorema na otimização é o Teorema de Weierstrauss, que trata da existência de um ponto de mínimo global no problema. Este teorema pode ser enunciado como: “*Seja uma função $f(x)$ contínua num espaço viável, fechado e limitado. Então, $f(x)$ possui um mínimo global*” (ARORA, 2004). Caso o teorema de Weierstrauss não seja satisfeito, a existência de um ponto de mínimo global não é garantida.

Se a função objetivo é contínua em um conjunto fechado e limitado, então o teorema de Weierstrauss garante a existência de um mínimo global. Assim, se forem calculados todos os mínimos locais da função, então o ponto que apresentar o menor valor da função objetivo será o mínimo global. Além disso, se o problema de otimização for convexo, então qualquer mínimo local é também um mínimo global.

3.4.3 Métodos que Utilizam Derivada

Expostos os elementos básicos de otimização, cabe apresentar seus métodos, iniciando pelos que utilizam derivada. São métodos determinísticos – sempre chegarão à mesma resposta se partirem do mesmo ponto inicial de busca – e se baseiam no cálculo de derivadas ou em aproximações destas e em seus gradientes. São utilizados para funções contínuas, sendo sensíveis à existência de mínimos locais e, por isto, empregados preferencialmente para funções monotônicas e convexas. Dentre eles, pode-se citar:

- Método do Gradiente ou *Steepest Descent* – realiza-se a busca na direção oposta ao gradiente calculado no ponto atual;
- Método do Gradiente Conjugado – são utilizadas as informações dos gradientes das iterações anteriores para calcular a direção de busca no ponto atual;

- Método de Newton – além do gradiente, utiliza informações da matriz hessiana da função para encontrar a direção de descida;
- Método de Quasi-Newton – similar ao Método de Newton, porém o cálculo da matriz hessiana é aproximado utilizando apenas as primeiras derivadas da função.

Em alguns casos, não existe uma função analítica para o problema, porém sua representação através de análises numéricas ou experimentais é possível. Nestes casos, não há como realizar a diferenciação matemática da função, mas é possível aproximar o cálculo das derivadas através do método das diferenças finitas.

3.4.4 Métodos que não Utilizam Derivada

Há também os métodos que não utilizam derivada. Em sua maioria, são métodos heurísticos, com grande utilização na busca por um ótimo global ou para problemas com um espaço de busca discreto. Basicamente, são empregados quando não é possível aplicar um método que utiliza o cálculo do gradiente, como nos casos em que as funções não são contínuas ou utilizam variáveis discretas, ou quando estes não são efetivos. Como exemplo, são citados os seguintes:

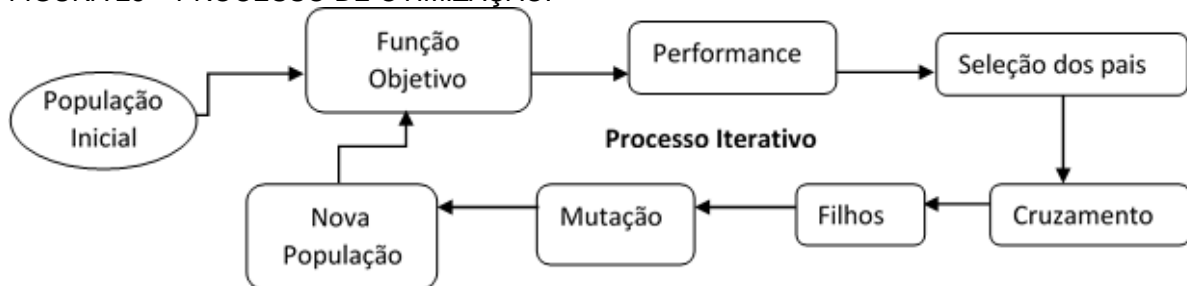
- Método Simplex – utiliza procedimentos matriciais na resolução do problema de programação linear;
- Algoritmos evolucionários – são baseados na teoria evolutiva, onde os indivíduos mais aptos de uma população possuem maior probabilidade de sobreviver e de se reproduzir, gerando descendentes ainda mais aptos;
- Método da colônia de formiga – baseia-se no estudo do comportamento das formigas na escolha do caminho a seguir;
- Método do enxame de partículas – é baseado no comportamento coletivo de indivíduos em uma sociedade, que utilizam experiências individuais e de grupo para alcançar o objetivo desejado.

3.4.5 Algoritmos Genéticos

3.4.5.1 Introdução

De particular interesse para o presente trabalho, o método dos algoritmos genéticos (AG) é uma técnica de otimização probabilística, que lida com valores numéricos e é inspirada na teoria de seleção natural de Darwin. A ideia básica deste algoritmo, ilustrada na FIGURA 25, é: partindo de uma população inicial, gerada aleatoriamente, seleciona-se desta um subconjunto formado pelos indivíduos mais aptos. Do cruzamento entre os indivíduos deste subconjunto, é gerada uma nova população, que constitui uma nova geração. Como os membros mais aptos são selecionados para gerar novos indivíduos e o tamanho da população permanece fixo, cada nova geração possui uma probabilidade maior de conter um indivíduo com uma performance melhor.

FIGURA 25 – PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO.



Uma das grandes vantagens deste método é a possibilidade de cobrir praticamente toda a região viável na busca pelo ótimo, sendo que sua convergência independe de uma boa escolha para um único ponto inicial, além de possuir a capacidade de “escapar” das regiões de mínimos locais. Outro ponto importante é justamente o fato de ele, sendo não determinístico, não utilizar cálculo variacional na estimativa de novos pontos candidatos a ótimo, reduzindo o esforço para uma única avaliação da função objetivo para cada ponto de projeto. Também é útil quando o problema faz uso de variáveis discretas. Como revés, não há a garantia de que o ponto encontrado seja um ponto estacionário da função.

3.4.5.2 Terminologia

Face à inspiração em um ramo da biologia, a nomenclatura adotada é análoga à utilizada em genética. Cabe aqui mencionar e esclarecer alguns destes termos, quais sejam:

Indivíduo – Um indivíduo nada mais é do que uma representação de um possível vetor de projeto.

População – O conjunto de indivíduos de uma mesma iteração é chamado de população. Ela representa um grupo de variáveis de projeto que são possíveis soluções.

Geração – Uma iteração do algoritmo genético é denominada de geração.

Pais – é o conjunto de indivíduos selecionados para realizar a troca de informação genética, resultando na criação de novos indivíduos.

Filhos – são os indivíduos resultantes do cruzamento entre os pais.

Aptidão – é o valor da função objetivo, de tal forma que uma melhora na aptidão reflita em uma melhora no valor da função.

Cromossomo – é a codificação de um indivíduo.

Gene – um gene é um componente escalar de um vetor de projeto e representa o valor de uma variável.

Alelo – é o valor de um determinado gene.

Locus – é a posição do gene dentro do vetor de projeto.

Campo de Busca – Também chamado de região viável, o campo de busca compreende os valores que as variáveis podem assumir, ou seja, todas as possíveis soluções para o problema.

Imigração – Em busca de aumentar a diversidade de uma população, pode ser interessante a introdução de novos indivíduos, aleatoriamente definidos. Este processo é chamado de imigração, e torna-se mais efetivo quando a convergência para a solução do problema é lenta, devido a uma baixa diversidade.

3.4.5.3 Operadores Genéticos

As intervenções realizadas no método também estão associadas a nomes específicos de operadores. Eles visam transformar a população, sendo ainda responsáveis pela adaptabilidade desta com o avanço das gerações e pela garantia da diversificação genética. Os nomes e funções correspondentes são os seguintes:

Seleção dos pais – na seleção, são definidos os indivíduos que irão se reproduzir, gerando seus dependentes. Dentre os diferentes métodos existentes, destacam-se: Método da roleta – onde a probabilidade de um indivíduo ser selecionado é proporcional à diferença da sua aptidão com a dos demais; Método do torneio – onde os indivíduos são divididos em subgrupos para competir entre si, e os campeões são selecionados.

Cruzamento – também chamado de *Crossover*, é o processo de troca de informação genética entre dois cromossomos distintos, combinando-os para a formação de novos indivíduos, introduzindo assim variação em uma população.

Substituição – quando se trabalha com uma população fixa, ao realizar a inserção de um novo indivíduo deve-se previamente eliminar outro. Nessa operação, são definidos quais indivíduos serão substituídos e é realizada a mudança.

Mutação – este é um ponto crucial em qualquer processo evolutivo. Sua ideia é evitar a perda de conteúdo genético ao longo das gerações, introduzindo novas informações, através da alteração aleatória de um valor do vetor de projetos.

Elitismo – é a seleção do(s) indivíduo(s) mais aptos de uma geração para fazerem parte da geração subsequente. Fornece a capacidade ao algoritmo de manter alguns indivíduos entre as gerações, para que uma boa solução não se perca e esteja presente em todas as gerações.

Os operadores de cruzamento e mutação atuam diretamente no cromossomo dos indivíduos, alterando seus genes. Já os operadores de seleção, substituição e elitismo exercem influência indireta sobre o genótipo dos indivíduos.

3.4.5.4 Parâmetros de Controle

Os parâmetros de configuração dos algoritmos genéticos são fundamentais para o seu processo. Eles quantificam os operadores genéticos e também impõem o grau de aleatoriedade do algoritmo. Estes parâmetros estão diretamente ligados com o tipo de problema a ser solucionado, devendo ser definidos de acordo com o caso em questão. São eles:

Tamanho da população – define o número de indivíduos de cada geração. Quanto maior o tamanho da população, mais valores do campo de busca estão compreendidos na solução, apresentando assim uma maior diversidade de valores e facilitando a convergência do algoritmo.

Tamanho do cromossomo – é ele quem define o número de bits existentes em um indivíduo, ou seja, a máxima discretização possível das variáveis de projeto.

Probabilidade de Cruzamento – representa a porcentagem de indivíduos da nova geração que é gerada pelo cruzamento entre os pais, em detrimento dos daqueles que são formados por uma cópia exata dos cromossomos dos pais.

Probabilidade de Mutação – é a probabilidade de ocorrer o fenômeno de mutação em um determinado indivíduo. Valores muito baixos podem comprometer a capacidade de diversificação introduzida pela mutação, reduzindo a possibilidade de exploração de regiões promissoras do espaço de busca. Valores muito altos podem transformar o processo evolutivo em uma simples busca aleatória.

Lacuna entre Gerações (*Generation GAP*) – quantifica o nível de elitismo da população, ou seja, representa a porção da população que é substituída a cada iteração. Um número 0 implica em que nenhum indivíduo da população é substituído, e um número 1 implica em que toda a população é substituída.

Número máximo de gerações – é um critério de parada que interrompe o algoritmo quando este atingir um dado número de iterações, caso este ainda não tenha satisfeito o critério de convergência. É um processo muito utilizado para evitar a ocorrência de um *loop* infinito no algoritmo.

3.4.5.5 População Inicial

Alguns aspectos no método dos algoritmos genéticos ainda merecem ser comentados. Um deles é a definição da população inicial, que é um ponto muito importante no processo de busca pelo ótimo. Embora o método seja capaz de encontrar um ponto de ótimo global mesmo quando a busca é iniciada longe deste, a má definição de uma população inicial pela região do espaço de busca pode tornar a convergência do algoritmo um processo muito lento. É importante que os indivíduos iniciais façam parte da região viável de busca. Existem diversas maneiras de definir a população inicial, desde distribuir os indivíduos uniformemente espaçados dentro do espaço de busca até a realização de uma distribuição totalmente randômica, em que os indivíduos são escolhidos ao acaso.

3.4.5.6 Definição da Função Objetivo

Em AG, a função objetivo deve ser definida de forma a ter como parâmetros de entrada os cromossomos dos indivíduos, normalmente em formato de números binários, e como parâmetro de saída a aptidão deste indivíduo. Ela pode ser analítica, onde uma função objetivo é equacionada tendo como base as variáveis de projeto, ou mesmo um modelo numérico (via elementos finitos), quando a representação do problema não pode ser feita de forma analítica, devido às suas complexidades.

3.4.5.7 Critérios de Parada

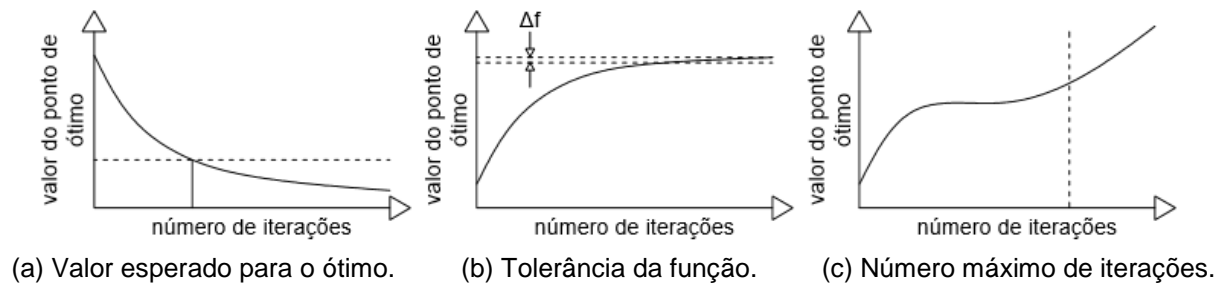
A utilização de um critério de parada para realizar a interrupção do algoritmo é um fator essencial em um processo de otimização, para evitar a ocorrência de *loops* infinitos de iterações. Quando um critério de parada é satisfeito, o algoritmo é interrompido. Alguns critérios são os seguintes:

Valor esperado para o ótimo – quando é estabelecido um valor aceitável para o ponto de ótimo, o algoritmo é então interrompido ao alcançar este valor. Esse critério possui como revés a necessidade do conhecimento de um valor esperado para o ótimo global (vide FIGURA 26 (a)).

Tolerância (ou convergência) da função objetivo – interrompe-se o algoritmo quando a variação da função objetivo (Δf) entre o melhor indivíduo de uma geração com as gerações anteriores é menor que uma determinada tolerância. Trata-se de um critério que tem como objetivo evitar que o algoritmo tente refinar muito a busca pelo ótimo (vide FIGURA 26 (b)).

Número máximo de gerações (ou iterações) – nesse caso, termina-se o processo de otimização caso seja atingido um determinado número de gerações (vide FIGURA 26 (c)). Seu objetivo é limitar o processo a um número máximo de iterações, evitando a ocorrência de um *loop* infinito ou mesmo que o processo se estenda além do esperado.

FIGURA 26 – CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA DA FUNÇÃO OBJETIVO.



3.4.5.8 Múltiplas Avaliações do Algoritmo

Em técnicas de otimização determinísticas, o algoritmo fornece uma mesma resposta ao partir de um mesmo ponto inicial. Por estar baseado em um processo estocástico, o algoritmo genético pode apresentar soluções diferentes, mesmo partindo de um mesmo ponto inicial. Portanto, é prudente repetir o processo de otimização mais de uma vez e analisar a convergência das diversas soluções.

4 MODELO NUMÉRICO

A utilização de um modelo numérico para realização de análises em sistemas e componentes, ao invés da criação de um sistema físico real a tal destinado, tem-se mostrado crucial em vários casos, tanto pela rapidez quanto pelo baixo custo associado. Isto se torna indispensável quando estas análises estão associadas a um processo de otimização, que requer que diferentes composições viáveis para o sistema sejam testadas inúmeras vezes.

Devido à complexidade do sistema a ser estudado no presente trabalho, que inclui geometrias complexas e viscoelasticidade, optou-se pela utilização de um modelo numérico em elementos finitos (modelado através do software *Ansys*) para a representação deste sistema, em associação com a técnica de modelos equivalentes. O sistema composto – formado pelo sistema primário, cujos níveis de vibração se deseja controlar, e pelo sistema auxiliar, ou secundário, de controle, qual seja, o neutralizador – é modelado por partes e interligado utilizando a técnica de reanálise experimental de resposta aplicada em um software de cálculo numérico (*MATLAB*). Assume-se que a rigidez da haste que conecta os dois sistemas é infinita. São considerados, no acoplamento, dois graus de liberdade: rotação e translação.

4.1 O SISTEMA PRIMÁRIO

O sistema primário foi definido baseado em análises preliminares do neutralizador, que, para possuir dimensões fisicamente realizáveis (diâmetros e espessuras comerciais das camadas metálicas, assim como uma espessura mínima para o material viscoelástico), iria requerer uma massa mínima no sistema primário. Outro requisito a ser preenchido foi a definição de uma banda larga de frequências a ser controlada, compreendendo diversas frequências naturais do sistema primário, para propiciar uma melhor observação do efeito de controle em banda.

O sistema a ser controlado foi, então, definido como uma viga engastada-livre de seção retangular, como ilustrado na FIGURA 27, tendo como propriedades aquelas apresentadas na TABELA 1, onde E é o módulo de elasticidade e η é o fator de perda do material utilizado no sistema primário.

FIGURA 27 – SISTEMA PRIMÁRIO UTILIZADO.

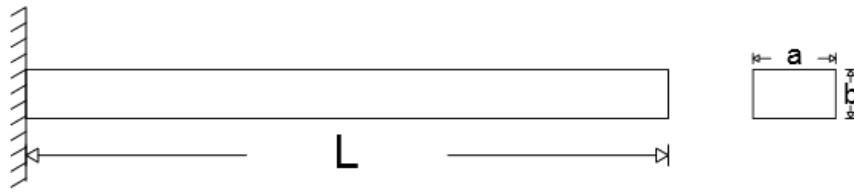
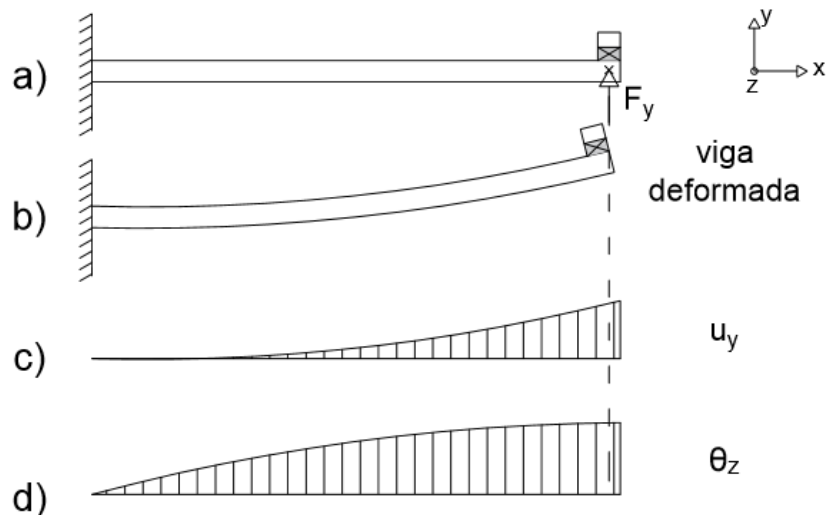


TABELA 1 – PROPRIEDADES DO SISTEMA PRIMÁRIO.

Propriedade	L [mm]	a [mm]	b [mm]	E [GPa]	η
Valor	1500	50	8	207	0,005

Este sistema físico apresenta uma relação entre os graus de liberdade de translação (U_y) e rotação (rot_z), quando a viga se desloca verticalmente ao vibrar. A diferença de amplitude em pontos distintos provoca uma rotação em relação a estes. Esta relação pode ser verificada visualmente na FIGURA 28, onde a viga é apresentada em (a), junto com seu primeiro modo de vibrar, em (b), e os respectivos diagramas de deslocamento, em (c), e de rotação, em (d), em função do comprimento. Neste caso, o neutralizador é inserido na extremidade livre da viga, onde a relação entre U_y e rot_z é máxima.

FIGURA 28 – COMPORTAMENTO DO SISTEMA PRIMÁRIO.

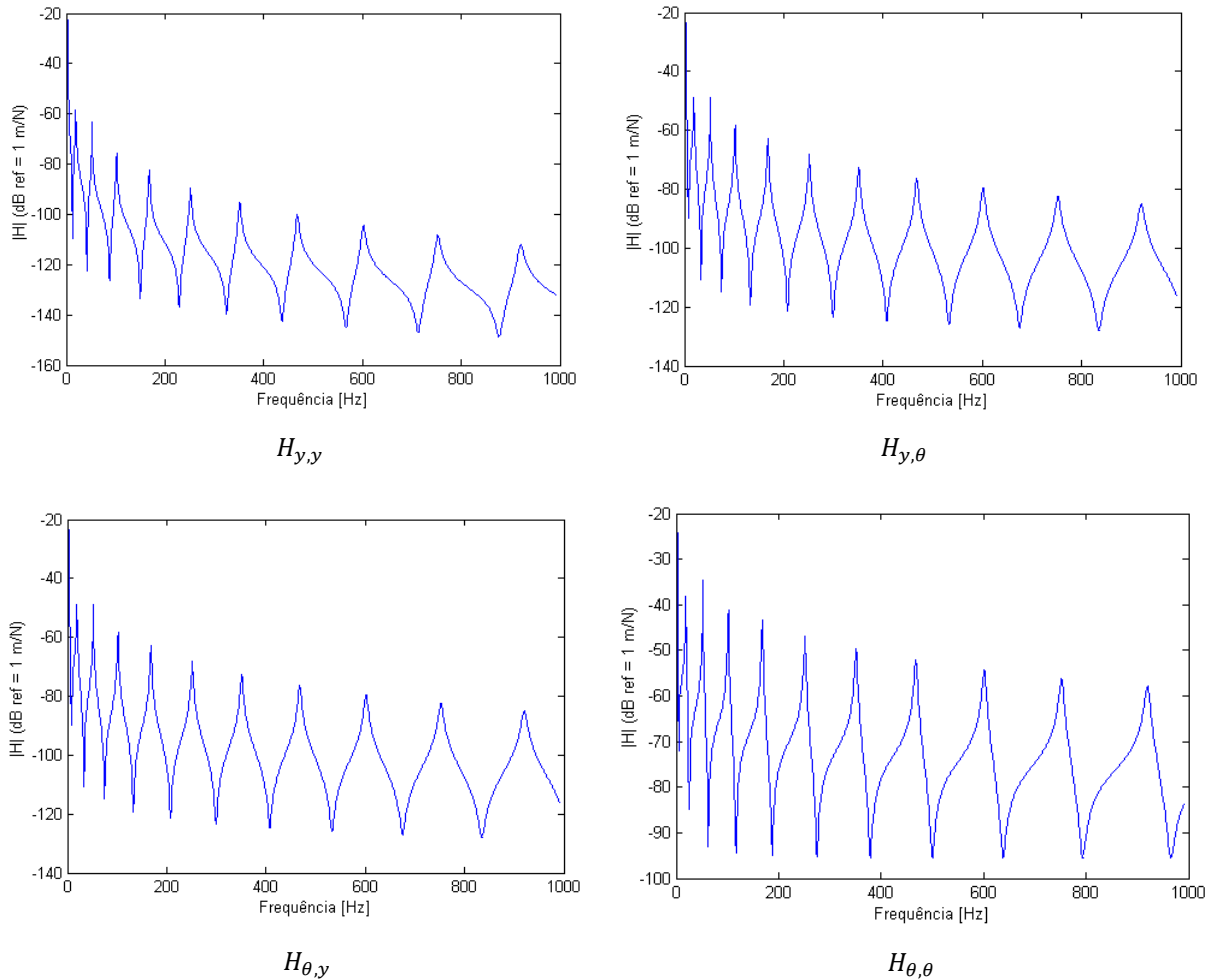


Isto implica no fato de que a modelagem do sistema através da hipótese de um grau de liberdade no acoplamento pode não ser mais representativa para os casos onde esta relação é significativa, uma vez que o modelo pode se tornar incapaz de representar o comportamento verdadeiro do sistema composto. Nestes casos, a

negligência dos demais graus de liberdade do acoplamento pode gerar resultados que mascaram significativamente o comportamento real do sistema.

Com o objetivo de obter uma melhor representação do sistema composto, optou-se pela utilização de um acoplamento sob dois graus de liberdade. Essa abordagem resulta em uma matriz de funções resposta em frequência como a representada pela FIGURA 29, onde os pontos de excitação e resposta são os mesmos e correspondem à extremidade livre da viga. Esta matriz representa curvas de amplitude de receptância da forma $H_{k,s}$, onde o índice k representa a forma de resposta e o índice s representa a forma da excitação, e os índices y e θ equivalem a translação e rotação, respectivamente.

FIGURA 29 – RESPOSTAS DO SISTEMA PRIMÁRIO NA EXTREMIDADE LIVRE.



Através da FIGURA 29, nota-se claramente a existência de diversos picos de ressonância na banda de frequências de 1 a 1000 Hz, assim como de relação de simetria entre os graus de liberdade, representada pelas curvas $H_{y,\theta}$ e $H_{\theta,y}$. Dentro

desta banda, define-se a faixa de frequências a ser controlada, que compreende o 5°, o 6°, o 7°, o 8° e o 9° modos de vibração, estendendo-se entre as frequências de 150 a 713 Hz.

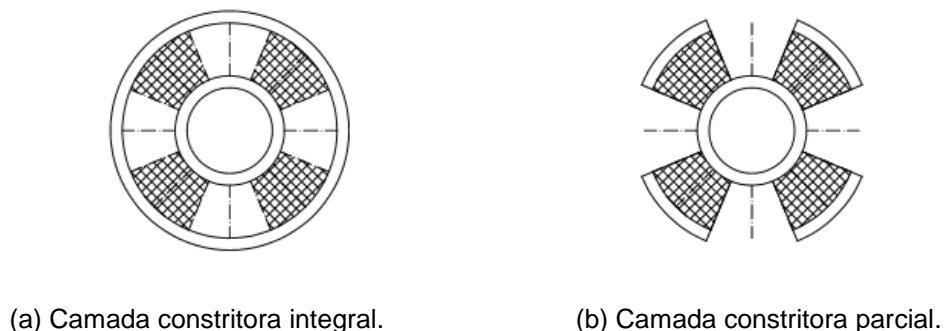
4.2 O NEUTRALIZADOR

A geometria de base do neutralizador, definida para posterior otimização paramétrica, foi de caráter cilíndrico, com simetria em relação aos eixos ortogonais da seção transversal. Buscou-se, dessa forma, alcançar uma atuação de controle multidirecional, uma vez que a resposta deveria ser, ao menos teoricamente, a mesma, quando consideradas direções ortogonais. Na prática, algumas diferenças surgem devido a imperfeições geométricas e também devido à excentricidade existente para diferentes direções entre o neutralizador e o sistema primário.

A geometria escolhida baseia-se no conceito de camadas viscoelásticas constritas entre camadas metálicas, onde a deformação relativa entre as camadas interna e externa gera um estado cisalhante de deformações no material viscoelástico, com a conseguinte ocorrência de dissipação de energia, no caso dinâmico. Devido à possibilidade do núcleo viscoelástico assumir grandes dimensões, o real estado de deformação deste pode vir a ser uma combinação entre cisalhante e flexional.

O dispositivo investigado pode assumir duas configurações distintas, uma onde a camada constritora externa é totalmente cilíndrica (FIGURA 30 (a)) e outra onde esta camada cobre apenas a extensão do material viscoelástico (FIGURA 30 (b)). Na primeira, há uma conexão marcante entre camadas do MVE, de tal forma que estas atuam em conjunto. Já na segunda, há certa liberdade entre as camadas do MVE.

FIGURA 30 – SEÇÃO TRANSVERSAL DO NEUTRALIZADOR.



4.3 VARIÁVEIS DE PROJETO

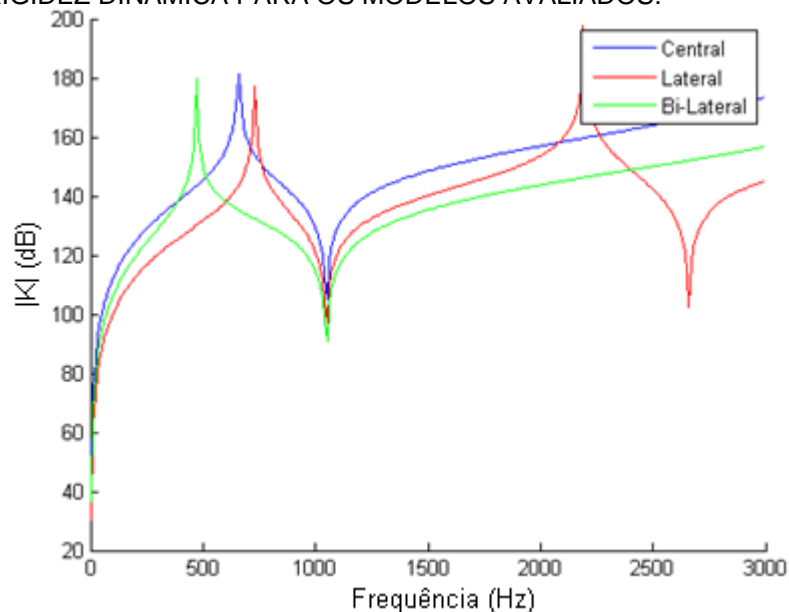
Inicialmente, foram avaliadas numericamente três formas de acoplamento entre neutralizador e sistema primário, a fim de explorar suas particularidades e, com base nas características das funções resposta em frequência associadas, definir qual a forma mais adequada para uso no projeto. A haste de conexão entre os sistemas é definida como completamente rígida. Essas formas são ilustradas na FIGURA 31.

FIGURA 31 – POSSÍVEIS FORMAS DE ACOPLAMENTO ENTRE NEUTRALIZADOR E SISTEMA PRIMÁRIO.



As curvas de amplitude de rigidez dinâmica para os três dispositivos correspondentes foram calculadas nos pontos de acoplamento, e são mostradas na FIGURA 32.

FIGURA 32 – RIGIDEZ DINÂMICA PARA OS MODELOS AVALIADOS.



A forma adotada foi a de conexão central (FIGURA 31 (c)), por corresponder a uma rigidez dinâmica média superior às demais, além de possuir apenas um ponto

de acoplamento, simplificando a análise, e ser simétrica em relação a ele, reduzindo os esforços transmitidos à conexão.

Após a escolha da forma de acoplamento, foram definidas as variáveis de projeto para o processo de otimização. Estas variáveis são escolhidas entre os parâmetros particulares do neutralizador. Um conjunto abrangente de possíveis variáveis para especificação do neutralizador em questão pode ser composto, além da variável referente à sua posição no sistema primário, por:

a) parâmetros geométricos (vide FIGURA 33):

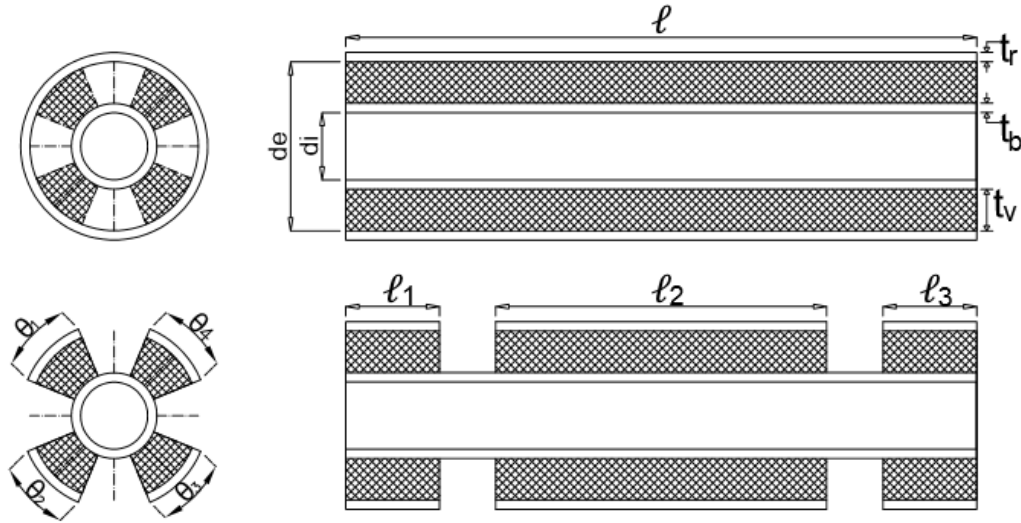
- comprimento total do neutralizador - ℓ ;
- diâmetro interno d_i ;
- diâmetro externo d_e ;
- espessura da camada base - t_b ;
- espessura da camada viscoelástica - t_v ;
- espessura da camada elástica restritora - t_r ;
- número de segmentações longitudinais - n_l ;
- comprimento de cada trecho correspondente - ℓ_i , com $i = 1$ a n_l ;
- posição longitudinal de cada trecho correspondente;
- número de segmentações radiais - n_r ;
- ângulo de cada trecho associado - θ_i , com $i = 1$ a n_r ;
- posição radial de cada trecho associado.

b) parâmetros materiais:

- módulos reais de elasticidade (ou de cisalhamento) da camada base, da camada viscoelástica e da camada restritora - E_b , E_v e E_r (ou G_b , G_v e G_r);
- coeficientes de Poisson das mesmas camadas acima - ν_b , ν_v e ν_r ;
- fatores de perda das mesmas camadas acima - η_b , η_v e η_r .

Em geral, os parâmetros materiais são, devido à complexidade de se projetar um material com as características desejadas, definidos através da escolha de certos materiais dentre os disponíveis, com a consequente exclusão do processo de otimização.

FIGURA 33 – POSSÍVEIS VARIÁVEIS GEOMÉTRICAS DE PROJETO A SEREM OTIMIZADAS.



É evidente a ampla gama de configurações possíveis, tornando inviável – na maioria dos casos – uma avaliação direta de qual a melhor configuração, justificando, dessa forma, a utilização de um processo de otimização. Não obstante, visando simplificar este processo, algumas destas variáveis foram eleitas para se tornarem as variáveis de projeto do neutralizador. Quanto às demais, elas foram ou acopladas às eleitas, ou tiveram seus valores otimizados individualmente, ou ainda foram determinadas por algum outro critério particular.

As variáveis selecionadas para compor o processo de otimização (vetor de projeto) foram as seguintes:

- comprimento total do neutralizador - ℓ ;
- diâmetro externo d_e ;
- ângulo de cada trecho associado à segmentação radial - θ_i , com $i = 1$ a n_r ;

A escolha foi feita com base nos fatores que mais alteram a rigidez dinâmica do neutralizador (comprimento e diâmetro) e o amortecimento associado (espessura e ângulo da camada viscoelástica). A espessura da camada viscoelástica está relacionada com outras variáveis através da expressão

$$t_v = r_e - (r_i + t_b), \quad (66)$$

onde $2r_e = d_e$ e $2r_i = d_i$.

A região viável do problema de otimização é definida pelo conjunto de valores que estas podem assumir. A imposição de algumas restrições para as variáveis delimita um conjunto fechado de possibilidades. Neste trabalho, foram empregadas as seguintes restrições:

Limites inferiores e superiores – tanto para evitar valores negativos como para obter valores aplicáveis na prática, são definidos os seguintes limites simples sobre as variáveis de projeto:

- $0,2 \leq \ell \leq 0,7$ [m]
- $15,87 \leq d_e \leq 57,15$ [mm]

Valores de variável discreta – para simplificar a modelagem por elementos finitos, o ângulo de cobertura das seções radiais do MVE foi definido como variável discreta, representado através da razão de preenchimento da seção transversal do neutralizador (razão entre a área da seção transversal do neutralizador coberta pelo MVE e a área total), podendo assumir os valores 25%, 50%, 75% e 100%.

Já os demais parâmetros geométricos foram definidos de acordo com a TABELA 2.

TABELA 2 – PARÂMETROS FIXOS DO NEUTRALIZADOR.

Variável	d_i [mm]	t_b [mm]	t_r [mm]	n_l	ℓ_i	n_r
Valor	12,7	1	1	1	ℓ	4

Os parâmetros do material da camada viscoelástica foram definidos através da utilização de um elastômero conhecido (borracha butílica), representado através do modelo constitutivo descrito em termos de derivada de ordem fracionária de 4 parâmetros. Estes parâmetros são apresentados na TABELA 3. Nas camadas base e restritora, o material adotado foi o mesmo utilizado para o sistema primário, definido na TABELA 1 da seção 4.1.

TABELA 3 – PARÂMETROS MATERIAIS UTILIZADOS.

Parâmetro	β	E_0 [MPa]	E_∞ [MPa]	b_1	Fator de deslocamento		
					T_0 [K]	θ_1	θ_2
Valor	0,417	7,21	457	0,0223	243	7,98	81,7

4.4 FUNÇÃO OBJETIVO

A definição da função objetivo é fundamental para o sucesso da busca do ótimo, pois é através da função objetivo que se quantifica a superioridade de um vetor de projeto em relação aos demais. No presente estudo, tem-se como propósito a redução da vibração do sistema primário, em virtude do acoplamento do neutralizador a ele. A função objetivo deve, então, ser capaz de identificar tal redução, quando existente, assim como revelar diferenças significativas entre diferentes geometrias, apontando qual dentre elas é a mais apta a cumprir a meta.

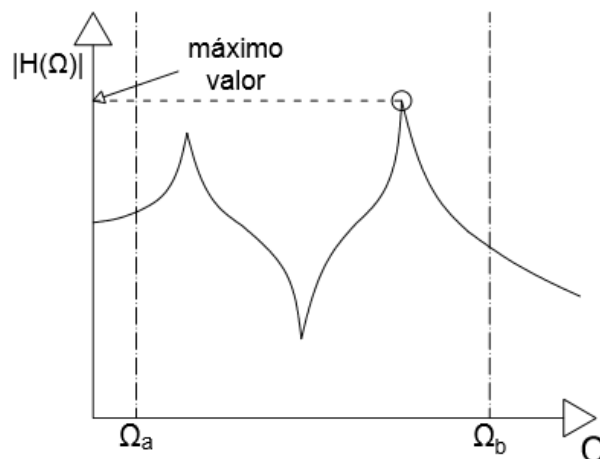
Dentro desta consideração, duas funções objetivo distintas foram utilizadas. A primeira avalia apenas a redução do valor de pico de amplitude de uma função resposta em frequência, dentro da banda de frequências especificada. Já a segunda avalia a redução de amplitude de uma função resposta em frequência como um todo, através de seu valor médio (média). Essas funções objetivo são melhor descritas na sequência.

Função objetivo definida pelo valor de pico: nessa, considera-se apenas o maior valor de amplitude assumido por uma certa FRF dentro da faixa considerada (vide FIGURA 34). Isto leva o algoritmo a realizar uma otimização de forma específica, com base apenas no valor de pico e ignorando o resto da função. Para tal, define-se o valor de máximo relativo ao sistema composto como sendo

$$H_{pico}^{sc} = \max_{\Omega_a \leq \Omega \leq \Omega_b} (20 * \log_{10} |H^{sc}(\Omega)|), \quad (67)$$

onde H^{sc} é uma FRF do sistema composto, e H_{pico}^{sc} é expresso em decibels.

FIGURA 34 – FUNÇÃO OBJETIVO DEFINIDA ATRAVÉS DO VALOR DE PICO DA FRF.



Com a finalidade de relacionar diretamente a resposta da função objetivo com a redução exercida pelo neutralizador no sistema primário, realiza-se uma ponderação pelo valor de máximo da FRF correspondente no sistema primário, dentro do mesmo intervalo. Para tanto, determina-se

$$H_{pico}^{sp} = \max_{\Omega_a \leq \Omega \leq \Omega_b} (20 * \log_{10} |H^{sp}(\Omega)|), \quad (68)$$

onde H^{sp} é a resposta do sistema primário.

Realizando a razão entre os valores de máximo, obtém-se a função objetivo pelo valor de máximo, dada por

$$f_{ob} = \frac{H_{pico}^{sc}}{H_{pico}^{sp}}. \quad (69)$$

Neste caso, os valores da função objetivo variam entre: (a) $0 < f_{ob} < 1$, quando a nova curva apresenta um valor de pico menor que a original, indicando uma redução na resposta; (b) $f_{ob} = 1$, caso não haja alteração no valor de máximo; (c) $f_{ob} > 1$, indicando que a modificação aplicada resultou em um aumento na resposta.

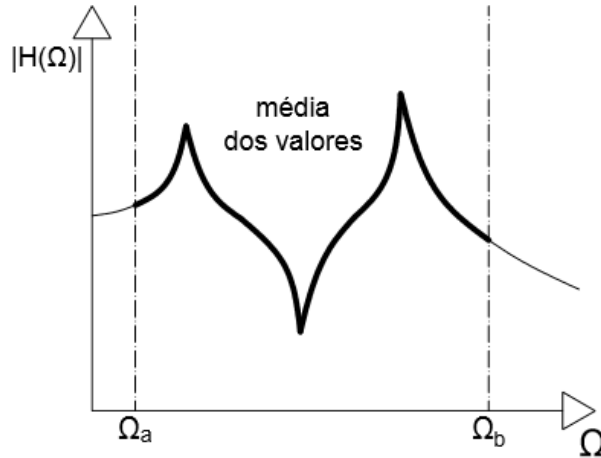
A utilização de uma função objetivo calculada pelo valor de pico é conveniente quando se busca uma redução direta neste valor, ou quando se busca atingir valores máximos aceitáveis para o sistema.

Função objetivo pelo valor médio: outra forma de definir a função objetivo é através da média dos valores de amplitude de uma FRF, dentro do intervalo de interesse (vide FIGURA 35). Desta maneira, o algoritmo tende a realizar uma redução de caráter mais uniforme ao longo de toda a banda de frequências. Neste caso, o valor correspondente ao sistema composto pode ser calculado, para frequências discretas entre Ω_a e Ω_b , como

$$H_{média}^{sc} = \sum_{\Omega=\Omega_a}^{\Omega_b} \{20 \log_{10} [H^{sc*}(\Omega) * H^{sc}(\Omega)]\} / N, \quad (70)$$

onde $H^{sc*}(\Omega)$ indica o conjugado complexo de $H^{sc}(\Omega)$ (o produto entre estes valores resulta em um número real e dá ênfase aos valores de pico) e N o número de frequências consideradas.

FIGURA 35 – FUNÇÃO OBJETIVO DEFINIDA PELO VALOR MÉDIO DA FRF.



Novamente, realiza-se a ponderação pelo valor correspondente do sistema primário, que é dado por

$$H_{média}^{sp} = \sum_{\Omega=\Omega_a}^{\Omega_b} \{20 \log_{10}[H^{sp*}(\Omega) * H^{sp}(\Omega)]\} / N \quad (71)$$

Calculando a razão entre as equações (70) e (71), tem-se a função objetivo definida pela média, qual seja

$$f_{ob} = \frac{H_{média}^{sc}}{H_{média}^{sp}}. \quad (72)$$

A utilização deste tipo de função objetivo é interessante quando se busca uma melhoria não apenas local, mas ao longo de toda a faixa analisada.

Neste estudo, apenas o primeiro elemento da matriz de receptâncias ($H_{y,y}$) no local de acoplamento (vide seção 4.1) é utilizado no cálculo da função objetivo. Isto é feito tendo em vista uma futura validação física, em que toda a matriz de receptâncias utilizada deve ser obtida experimentalmente. Como se sabe, não é trivial excitar o grau de liberdade de rotação.

4.4.1 Restrições do Problema de Otimização

Em adição às restrições já expostas na seção 4.3, emprega-se, na função objetivo, uma função de penalização de massa, para limitar a massa total do

neutralizador em relação à massa do sistema primário. Por ser uma função de penalização, as variáveis envolvidas podem assumir valores além dos limites definidos, sofrendo, porém uma penalização da função objetivo.

A função objetivo penalizada (f'_{obj}) é definida como

$$f'_{obj} = f_{obj} + \left(\frac{m_{neut}}{\mu * m_{sp}} - 1 \right) H_0, \quad (73)$$

onde $m_{neut} = (m_{ve} + m_{cl})$. As variáveis m_{ve} , m_{cl} e m_{sp} são as massas do material viscoelástico, das camadas elásticas interna e externa somadas e do sistema primário, respectivamente. O termo μ , denominado fator de massa, representa a relação entre a massa total adicionada e a massa do sistema primário, e H_0 é um valor de penalização definido de acordo com a amplitude da função objetivo. Esta penalização só é ativada para os casos em que a massa do neutralizador é maior do que o limite estipulado, ou seja, quando $m_{neut} > \mu * m_{sp}$. Quanto maior a distância em relação à restrição, maior é a penalização aplicada.

Isto possibilita que soluções ótimas que violem a restrição de massa possam ser encontradas, caso estas ofereçam uma redução significativa na função objetivo. A utilização de funções de penalização também auxilia na busca pelo ótimo.

4.4.2 Critérios de Convergência e Parada

Como critérios de convergência para o algoritmo de otimização, foram adotados: (a) a tolerância em relação à precisão das variáveis para os pontos ótimos encontrados nas últimas gerações e (b) o número máximo de iterações. O critério de valor esperado para o ponto de ótimo não foi utilizado, embora seja muito útil quando se deseja satisfazer uma condição pré-estabelecida. Em todos os casos analisados, o algoritmo converge pela tolerância do valor das variáveis.

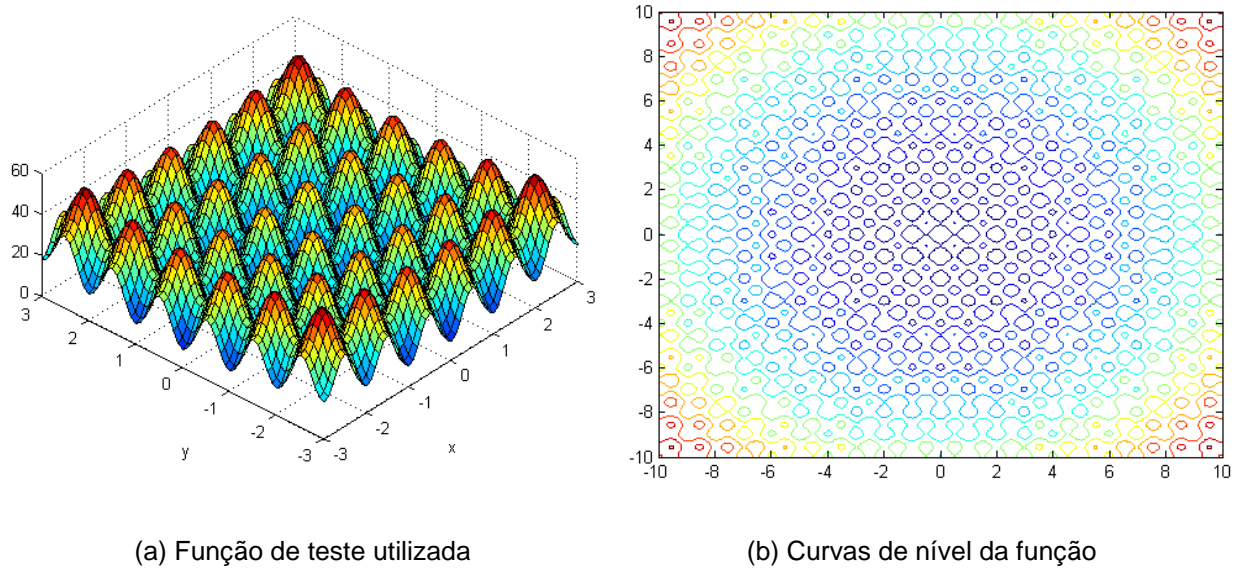
4.5 IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO POR ALGORÍTMOS GENÉTICOS

Uma rotina de otimização utilizando algoritmos genéticos foi desenvolvida através do software *MATLAB* e testada preliminarmente para uma função conhecida, apresentada abaixo,

$$f = 20 + x^2 + y^2 - 10(\cos(2\pi x) + \cos(2\pi y)). \quad (74)$$

Essa função possui um único mínimo global ($f_{obj} = 0$ em $x = y = 0$) e diversos mínimos locais, como ilustrado na FIGURA 36.

FIGURA 36 – FUNÇÃO TESTE PARA O ALGORITMO.



O algoritmo aproximou o ponto de mínimo global em todos os casos analisados. Porém, o número de gerações necessárias variou muito com a quantidade e qualidade da população inicial, conforme esperado. Entende-se, desta forma, que a otimização por algoritmos genéticos é adequada para problemas com vários mínimos locais, como fartamente reportado na bibliografia (ARORA, 2004).

4.6 METODOLOGIA DE PROCURA DOS PARÂMETROS ÓTIMOS

A metodologia desenvolvida no presente trabalho propõe a utilização de técnicas de otimização para identificação dos parâmetros ideais de um neutralizador dinâmico viscoelástico tubular de vibrações. Visa-se o controle em uma banda de frequências de um certo sistema primário e considera-se que o acoplamento entre os sistemas ocorra em um único local, sob dois graus de liberdade. Esta metodologia, ilustrada na FIGURA 37, integra os seguintes conceitos e ferramentas:

Método dos elementos finitos - para descrever o comportamento dinâmico do neutralizador e do sistema primário, individualmente;

Modelo constitutivo de derivada de ordem fracionária – para representação das propriedades do material viscoelástico adotado;

Modelos equivalentes – para modelagem independente de cada componente do sistema composto e posterior junção compacta;

Acoplamento de múltiplos graus de liberdade – para melhor representação do acoplamento físico real entre os sistemas;

Superfície de resposta – para representação da função objetivo através de uma aproximação por uma função conhecida dentro da região viável, de modo a buscar o ponto de mínimo com eficiência;

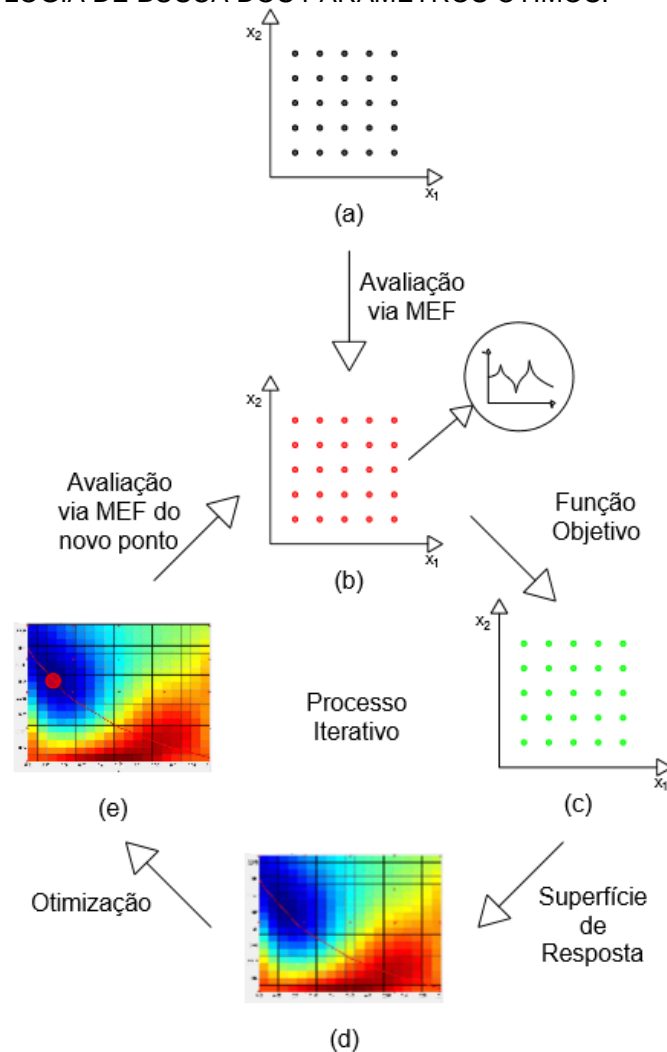
Algoritmos Genéticos – para otimização de uma função com variáveis discretas e possíveis mínimos locais;

Dentre os trabalhos analisados na revisão bibliográfica, não consta nenhuma metodologia de caráter similar, interligando todos estes conceitos e ferramentas. Uma descrição detalhada da metodologia é feita logo abaixo.

Conforme representado na FIGURA 37, a metodologia inicia com a geração de um conjunto de pontos de projeto iniciais (a), conjunto esse que é avaliado via MEF, compondo uma base de curvas de FRF do NDV (b). São, então, definidos o tipo de função objetivo a ser utilizada (redução do valor de pico ou redução do valor da média) e a banda de frequência a ser controlada. O algoritmo carrega as curvas do sistema primário a ser controlado, realiza a associação entre estas e as curvas do NDV e computa a função objetivo, com informação dos sistemas composto e primário, criando assim uma outra base, agora com valores no domínio da função objetivo (c).

O próximo passo é criar uma superfície de resposta com estes valores (d), ou seja, definir e ajustar uma função analítica a estes pontos. Com essa função é possível estimar um ponto de mínimo, utilizando técnicas de otimização (e). Este ponto de mínimo é avaliado através do MEF e adicionado à base correspondente. O processo segue, de forma iterativa, com a computação da função objetivo para o novo ponto, a atualização da superfície de respostas e nova estimação de mínimo, até que as condições de parada sejam satisfeitas.

FIGURA 37 – METODOLOGIA DE BUSCA DOS PARÂMETROS ÓTIMOS.



Um dos grandes problemas associados à busca pelos valores ótimos de cada variável através de um modelo em elementos finitos, especialmente em uma análise dinâmica, é o grande custo computacional associado a cada nova avaliação da função objetivo. Para tornar a busca mais ágil e flexível, no lugar de armazenar o valor da função objetivo, avalia-se e armazena-se a curva de função resposta em frequência do neutralizador para cada ponto de projeto, para que esta seja posteriormente utilizada no cálculo da função objetivo (incluindo mudanças nas curvas relativas ao sistema primário), sem a necessidade de uma reavaliação do neutralizador por elementos finitos para os pontos já calculados.

4.7 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Dada a complexidade do neutralizador, um modelo numérico em elementos finitos foi utilizado para sua representação. Para possibilitar a realização de uma análise de otimização pelo programa correspondente, o modelo em MEF deve atuar como uma função capaz de receber as variáveis geométricas vindas do processo de otimização (parâmetros de entrada), construir a referida geometria e avaliar sua resposta no domínio da frequência, fornecendo-a como parâmetro de saída para o processo de otimização.

Como os programas utilizados não apresentavam uma interface que possibilitasse a conexão direta entre eles, foi criada uma estratégia para possibilitar esta interligação. Para este processo, é muito importante o conceito de parametrização das variáveis, onde toda a geometria em elementos finitos é construída com base em parâmetros (valores) a serem definidos.

A estratégia mencionada acima consiste na utilização de um formato de arquivo de texto, compatível com os programas, para montar arquivos que contenham as informações a serem compartilhadas. Quando solicitada uma nova análise do neutralizador, um algoritmo dentro do programa de otimização salva os parâmetros geométricos a serem avaliados via MEF em um arquivo de texto e executa uma rotina padrão no *Ansys*. Esta interpreta este arquivo, constrói o modelo em elementos finitos para a geometria em questão e calcula a resposta correspondente, salvando-a em um novo arquivo de texto. Por último, o programa de otimização avalia este arquivo de resposta, armazena-o na memória e dá continuidade ao processo.

Dentro do processo de otimização, o modelo em elementos finitos atua como uma “caixa preta”, uma função de transferência que transforma um sinal de entrada em um sinal de saída. Dessa forma, o algoritmo associado não possui conhecimento dos processos que ocorrem dentro desta análise.

4.7.1 Discretização do Modelo no Domínio da Frequência

Na simulação numérica, a análise harmônica de uma estrutura não avalia uma faixa contínua de valores de frequência, mas sim valores discretos previamente determinados. Dado que o custo computacional associado a cada análise está diretamente ligado ao número de frequências a serem analisadas, uma boa escolha do tamanho deste vetor de frequências ($\{\omega\}$) é fundamental.

Visando fornecer flexibilidade às análises posteriores, evitou-se a avaliação dos modelos apenas na banda de frequências de controle (150 a 713 Hz). Caso se procedesse assim, a redefinição dos valores da banda ocasionaria a necessidade de reavaliação dos modelos para a nova faixa, não sendo possível criar uma “base” fixa para ser usada em todos os casos. Foi, então, definida uma banda mais ampla de frequências, definida apenas pelo limite superior de frequências de 1000 Hz.

Inicialmente, a discretização utilizada foi de 1Hz. Porém, o tempo de análise mostrou-se muito alto, instigando a realização de uma redução do número de pontos. Observou-se, como se poderia antecipar, que para uma representação satisfatória das curvas, é necessária uma maior concentração de pontos em torno dos picos de ressonância e antirressonância. Já nas demais regiões, uma discretização mais espaçada é suficiente.

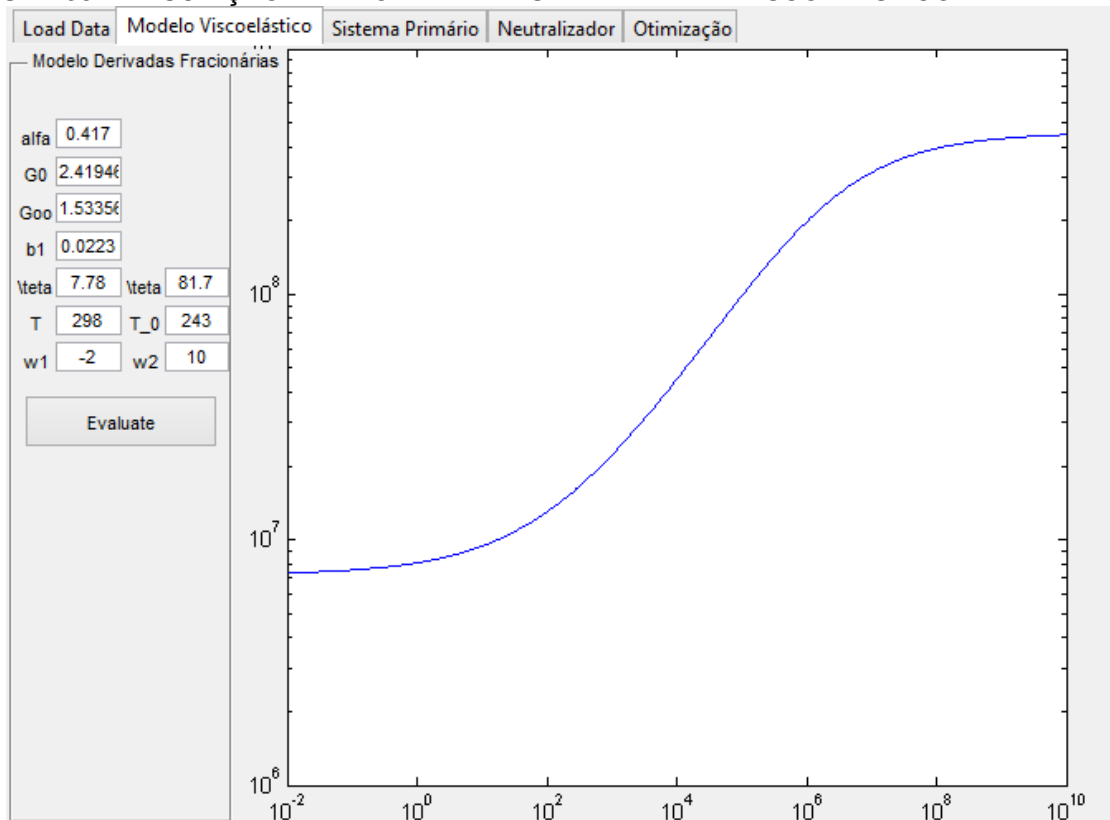
Devido à alta rigidez dinâmica do sistema primário fora da sua região de ressonância, a influência do neutralizador nesta faixa é reduzida. Por outro lado, a região de ressonância é aquela onde o efeito do neutralizador é mais notável. Assim, uma maior discretização nestas regiões é realmente importante.

4.7.2 Implementação do Modelo de Derivadas Fracionárias

Um procedimento para definição das características do material viscoelástico utilizado foi desenvolvido, uma vez que o software de elementos finitos empregado não fornece suporte para a caracterização dinâmica de materiais através do modelo de derivadas fracionárias. Este procedimento faz uso de programação matemática para criar a descrição do material, a partir dos parâmetros de derivadas fracionárias definidos na interface gráfica (vide FIGURA 38). Dessa descrição, são extraídas as propriedades de módulo de armazenamento e do fator de perda como funções do vetor de frequências $\{\omega\}$.

O esquema de compartilhamento de dados é similar àquele descrito no início desta seção, com os valores requeridos sendo armazenados em um arquivo de texto, que é chamado posteriormente pelo software de elementos finitos. Quando solicitado, este software carrega o vetor de propriedades dinâmicas dentro de um *loop* de frequências e aplica-as ao material para a frequência pertinente, realizando uma simulação harmônica pontual para cada valor de $\{\omega\}$.

FIGURA 38 – DESCRIÇÃO DE PROPRIEDADES DE MATERIAL VISCOELÁSTICO.

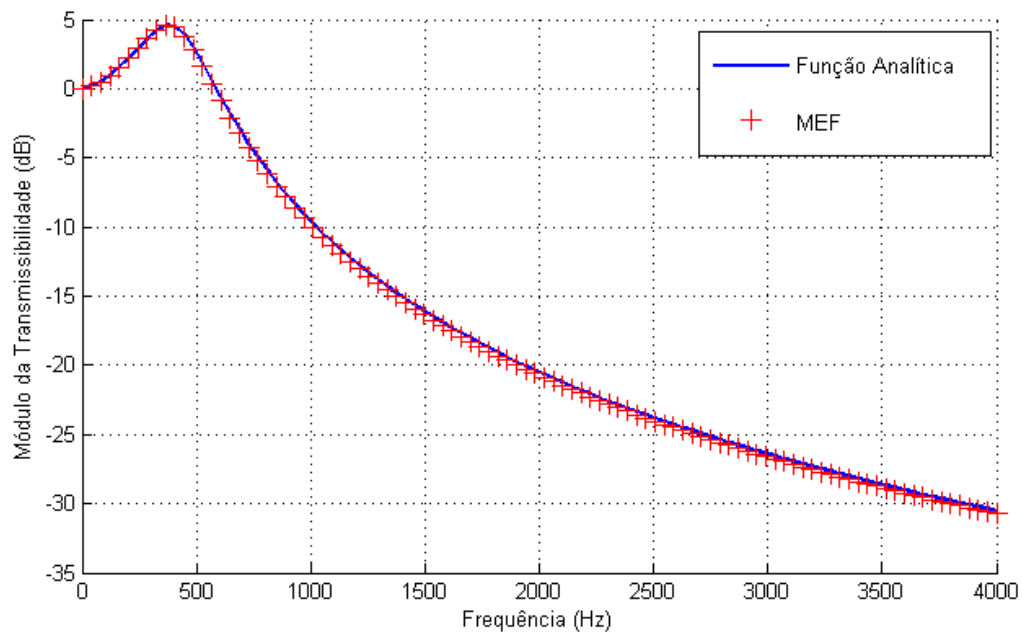


Por ser algo ainda não disponível, o procedimento desenvolvido para aplicação das propriedades dinâmicas via derivadas fracionárias no software de elementos finitos foi previamente validada para um caso de transmissibilidade ($\bar{T}(\omega)$) de um sistema com 1 GDL e excitação pela base, onde a função analítica é conhecida e dada por

$$\bar{T}(\omega) = \frac{\bar{G}(\omega)}{\bar{G}(\omega) - \frac{m}{L} \omega^2} \quad (75)$$

é conhecida. Nessa equação, $\bar{G}(\omega)$ é o módulo complexo de cisalhamento do material da “mola” viscoelástica do sistema, m é a massa associada e L é uma constante que depende da geometria do elemento viscoelástico. A Figura 39 ilustra o resultado obtido, para o módulo de transmissibilidade.

FIGURA 39 – TRANSMISSIBILIDADE: FUNÇÃO ANALÍTICA VERSUS MEF COM DERIVADA DE ORDEM FRACIONÁRIA.



4.7.3 Superfície de Resposta

O método da superfície de resposta mostra-se muito efetivo na redução do número de análises realizadas via MEF. Ele consiste basicamente na aproximação de um conjunto de pontos discretos por uma função analítica conhecida, denominada função de ajuste, posteriormente utilizada no algoritmo de otimização.

A função de ajuste utilizada é uma combinação distributiva entre polinomiais completos de quarta ordem para as variáveis d_e e ℓ e de terceira ordem para a variável θ . Estes valores foram definidos com base em análises preliminares da forma da superfície de resposta. Tal combinação resulta em uma função com $k = 100$ termos contendo k coeficientes a determinar, consequentemente necessitando de, pelo menos, $n = k$ pontos de projeto iniciais.

Para a determinação dos coeficientes da função da superfície de resposta, utilizou-se o método dos mínimos quadrados, da seguinte forma. Conhecidos os valores f_i da função objetivo, correspondentes às abscissas x_i , são encontrados os coeficientes a_k que minimizam a função distância dada pela soma

$$d = \sum_{i=1}^n [f_i - F(x_i)]^2, \quad (76)$$

onde n é o número de pontos a serem ajustados e $F(x_i)$ representa os valores da função de ajuste dada por uma combinação linear de k termos, na forma

$$F(x_i) = \sum_{k=1}^k a_k \varphi_k(x_i). \quad (77)$$

O valor mínimo do erro é obtido no ponto onde as derivadas da função distância em relação aos coeficientes se anulam ao mesmo tempo, formando um sistema de equações lineares da forma

$$\frac{\partial d}{\partial a_k} = 0, \quad (78)$$

cujas soluções definem os coeficientes a_k .

Para uma função com k pontos de projetos iniciais, o equacionamento acima resulta em uma função que passa exatamente por estes pontos, fornecendo uma função distância nula. Porém, como o número de pontos aumenta com o decorrer da análise, o ajuste realizado não será mais exato, a menos que a função de ajuste definida seja exatamente a função objetivo.

Em vista desse fato, é sempre prudente que seja realizada uma análise do erro de ajuste com o aumento do número de pontos, verificando se a superfície de resposta considerada é representativa. É relevante também a realização de uma avaliação de todos os pontos críticos da superfície de resposta (ou seja, não apenas os pontos de mínimo da função, mas também os de máximo), pois são estes que normalmente apresentam a maior distância em relação aos pontos originais, não sendo, muitas vezes, representativos da análise numérica.

4.7.4 O Modelo de Elementos Finitos

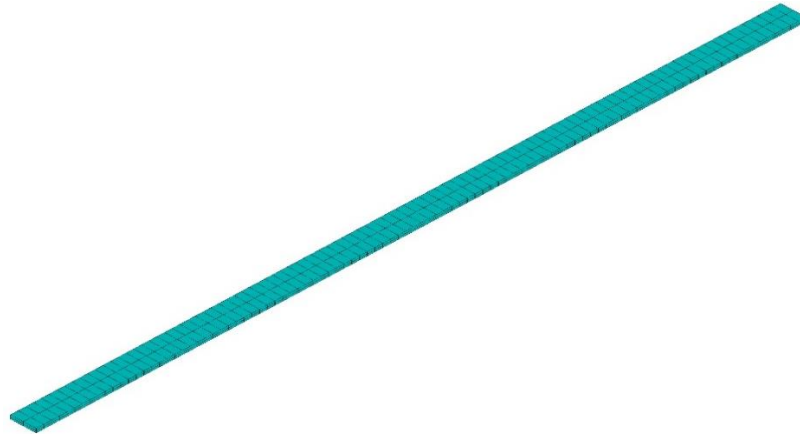
O MEF é uma das abordagens mais empregadas para a solução de problemas de engenharia definidos em meios contínuos, devido à ampla gama de problemas

abrangíveis por ele (por exemplo, problemas em mecânica dos fluidos, mecânica dos sólidos, transmissão de calor, acústica e eletromagnetismo, de natureza linear ou não, de caráter estático ou dinâmico, dentre outros). Há que se incluir, também, como justificativa, a semelhança existente entre o modelo em elementos finitos e o sistema físico real.

Para a representação numérica do neutralizador, a fim de obter a resposta deste para diferentes geometrias avaliadas, optou-se pela utilização deste método, ao invés de uma função analítica. Foi utilizado o software comercial *Ansys*, que possibilita a programação de rotinas no formato APDL (*Ansys Parametric Design Language*). Tal programação é essencial para a interligação com o programa de cálculo numérico e a utilização dentro de um algoritmo de otimização, com a realização de análises dinâmicas com excitação harmônica. O sistema primário também foi modelado em elementos finitos.

O modelo do sistema primário em elementos finitos (vide FIGURA 40) foi construído a partir de elementos de viga (*Beam188*, de 2 nós), devido à sua simplicidade. Este modelo é analisado de forma isolada do sistema auxiliar, fazendo-se, quando necessário, o carregamento das curvas representativas deste.

FIGURA 40 – MODELO NUMÉRICO DO SISTEMA PRIMÁRIO.

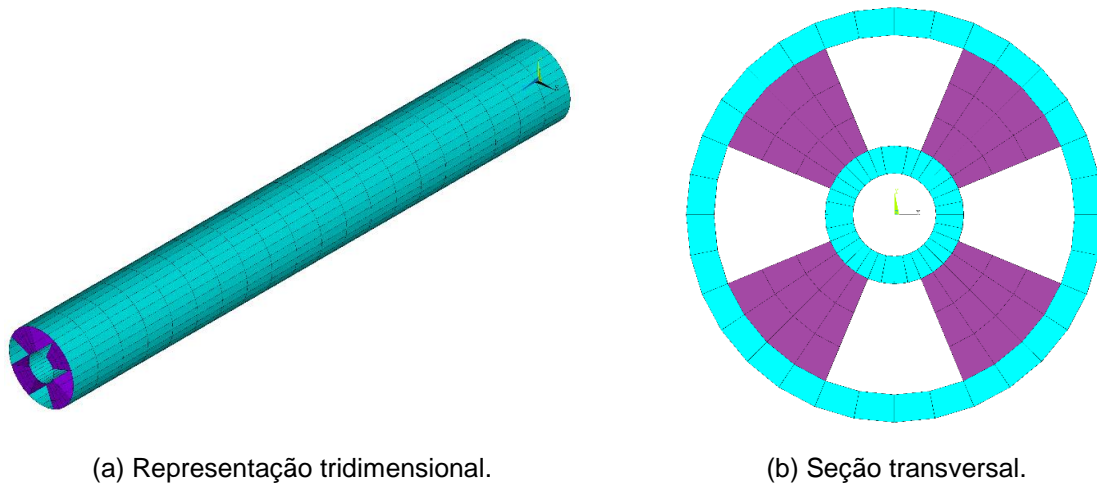


A modelagem do neutralizador possui um caráter mais complexo (vide FIGURA 41). As camadas metálicas, tanto interna quanto externa, foram modeladas utilizando elementos de casca (*Shell281*, de 8 nós) devido à sua razão geométrica. Já para a representação do material viscoelástico, foram utilizados elementos sólidos hexaedrais quadráticos (*Solid186*, de 20 nós), tanto pela sua espessura relativamente grande quanto pelo fato deste compor parcialmente a seção transversal. Plouin e

Balmès (1999) afirmam que a utilização de um modelo em elementos finitos de estruturas sanduíche no formato casca/sólido/casca é válida na representação de camadas constritas de materiais viscoelásticos. Embora exista uma não conformidade na formulação de ambos elementos, mostra-se que para um núcleo viscoelástico espesso, tal abordagem é aceitável e preferida em relação a utilização de teorias clássicas de placas laminadas.

É importante ressaltar a importância do modelo ser construído de forma parametrizada, em função das variáveis de projeto, para adequação a um posterior processo de otimização.

FIGURA 41 – MODELO NUMÉRICO DO NEUTRALIZADOR.



Como mencionado anteriormente, o processo de busca pelas características ótimas do neutralizador está fortemente ligado à simulação numérica. Por este motivo, foram tomados cuidados como a validação do algoritmo de otimização (vide seção 4.5) e a análise de convergência da malha de elementos finitos. A exigência de uma malha convergida é necessária tanto para reduzir os erros inerentes ao MEF quanto para evitar custos computacionais desnecessários, decorrentes de um refinamento de malha exagerado.

A construção de uma curva de convergência da malha para análise de sua estabilização auxilia na escolha de um tamanho adequado para esta. Uma malha estruturada de elementos finitos foi criada e um estudo sobre qualidade desta malha foi realizado, comparando as frequências naturais resultantes de tamanhos diversos de malha (vide Apêndice B).

Foi avaliado o tamanho da malha nas direções longitudinal e circunferencial (número de elementos ao longo da circunferência), assim como o tamanho da malha

do sólido viscoelástico na direção radial. Com base nestas análises, um tamanho padrão de malha para o modelo foi definido, qual seja: malha longitudinal com 20 elementos, malha circunferencial com 32 elementos e malha radial do sólido com 3 elementos. Tais avaliações foram conduzidas individualmente para cada variável.

5 RESULTADOS

Uma vez construídos os modelos em elementos finitos do sistema primário e do neutralizador, estes interligados com o modelo constitutivo de derivadas fracionárias do material viscoelástico e feito o acoplamento numérico do sistema primário com o neutralizador, busca-se, utilizando a técnica de otimização por algoritmos genéticos, o ponto de mínimo da função superfície de resposta. Essa busca é feita dentro da região de projeto viável, e a superfície de resposta evolui a cada iteração do algoritmo de otimização, incorporando a última solução calculada. O acoplamento numérico entre sistema primário e neutralizador se dá pela técnica de reanálise experimental de resposta.

5.1 CASOS AVALIADOS

Os casos avaliados numericamente são expostos na TABELA 4. Além desses, fez-se também uma avaliação quanto ao comportamento do ângulo de acoplamento, em relação à seção transversal do neutralizador.

TABELA 4 – RELAÇÃO DE CASOS AVALIADOS.

		Tipo de camada constritora	
		Integral	Parcial
Função objetivo	Valor de Pico	Caso 1	Caso 3
	Valor Médio	Caso 2	Caso 4

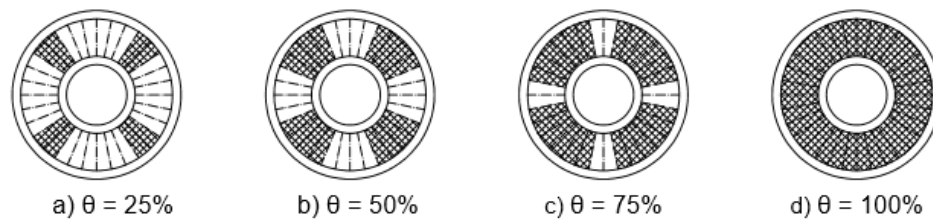
O tipo de camada constritora do neutralizador é ilustrado na FIGURA 30, da seção 4.2, enquanto os tipos de cálculo da função objetivo são definidos na seção 4.4. Estes casos são avaliados para verificação da resposta para distintas configurações e do impacto que a escolha do tipo de função objetivo tem na busca do ponto de ótimo

para estas configurações. Os resultados obtidos através das análises numéricas são apresentados a seguir.

5.1.1 Modelo com Camada Constritora Integral

O modelo com camada constritora integral corresponde à configuração com dois cilindros metálicos concêntricos, ligados por segmentos de material viscoelástico (vide FIGURA 42). Por estarem interligados, os segmentos viscoelásticos aumentam a rigidez estrutural do neutralizador.

FIGURA 42 – SEÇÃO TRANSVERSAL DO NEUTRALIZADOR.



Com esta geometria, são analisados os dois primeiros casos (Caso 1 e Caso 2), que diferem entre si de acordo com o tipo utilizado de função objetivo. Diante da impossibilidade de representar em um único gráfico bidimensional uma função dependente de três variáveis, optou-se pela determinação de valores fixos para o ângulo da camada viscoelástica (θ), correspondendo a preenchimentos de 25%, 50%, 75% e 100% da seção transversal do neutralizador, conforme representado na FIGURA 42.

Os resultados obtidos para o Caso 1 podem ser visualizados, através das curvas de nível da superfície de resposta, nas figuras 43, 44, 45 e 46, sendo cada uma delas para um valor de θ . Recorda-se que este caso privilegia uma redução específica, uma vez que apenas o ponto de máxima amplitude da FRF, na banda de frequências de controle, é levado em consideração (vide Eq. (69), seção 4.4).

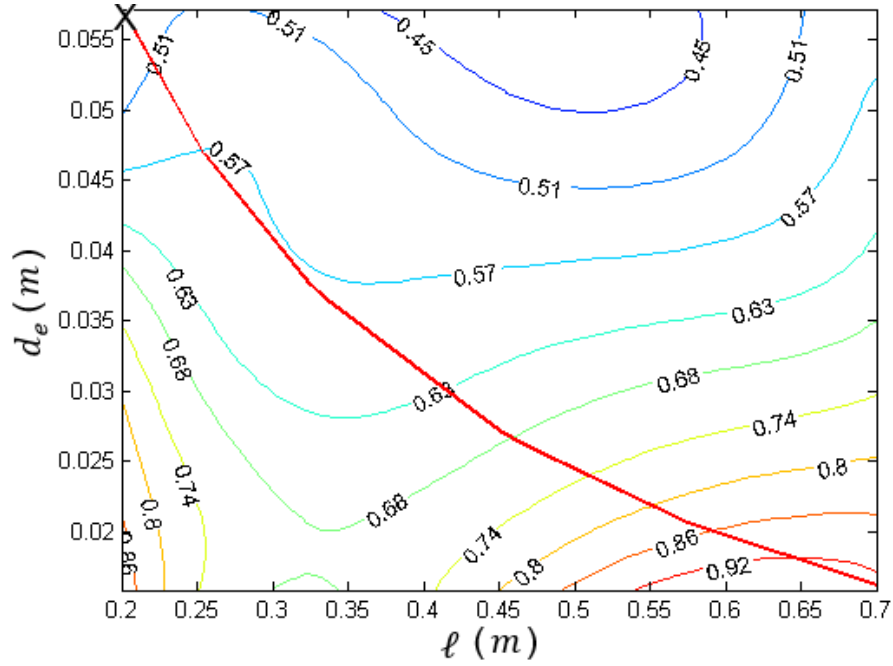
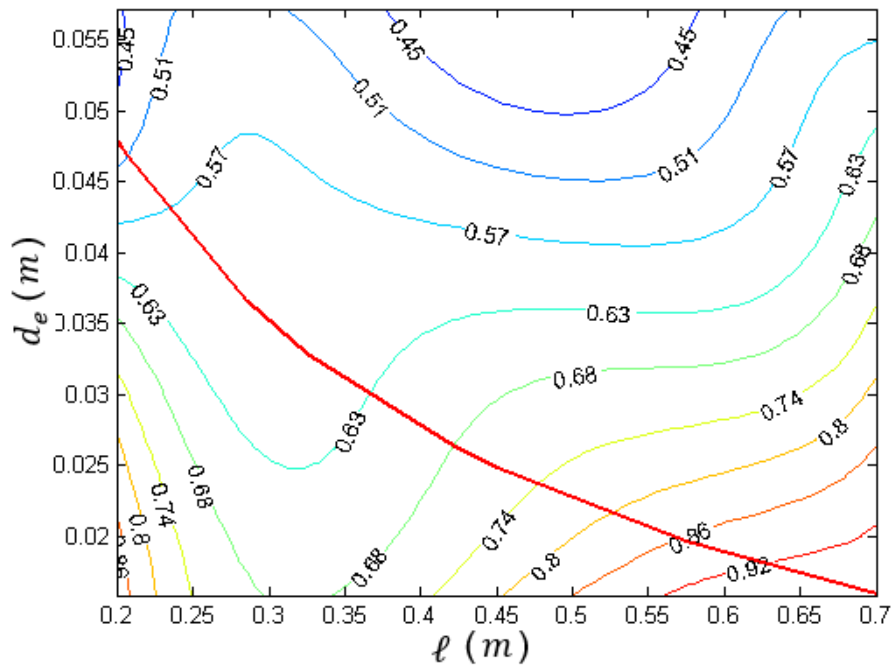
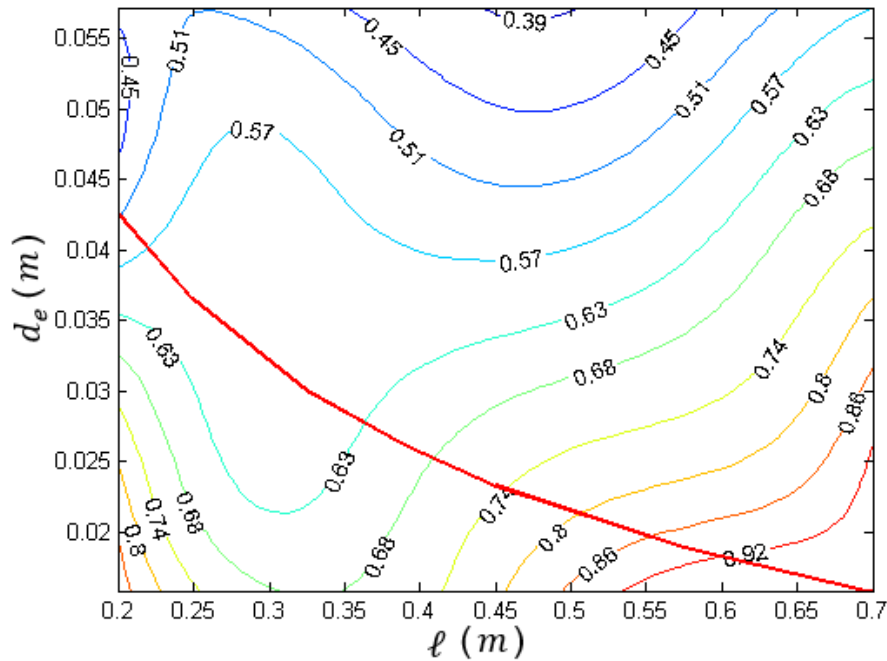
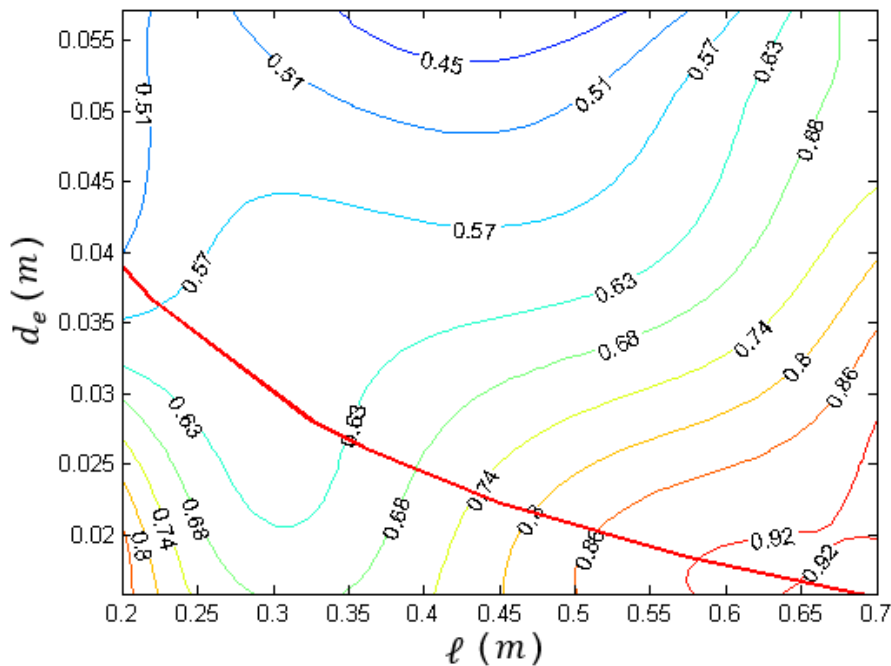
FIGURA 43 – CASO 1: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 25\%$.FIGURA 44 – CASO 1: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 50\%$.

FIGURA 45 – CASO 1: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 75\%$.FIGURA 46 – CASO 1: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 100\%$.

Estas funções apresentam um comportamento similar ao de uma função monotônica decrescente para a variável d_e . O ponto de mínimo encontrado pelo algoritmo de otimização, representado na FIGURA 43 pelo caractere “X”, é o ponto de projeto $\ell = 0,2$ m, $d_e = 57,15$ mm e $\theta = 25\%$, sendo que o valor da função objetivo para este ponto é $f_{obj} = 0,4652$. Os pontos de projeto correspondentes aos mínimos locais em cada figura encontram-se muito próximos aos limites da região factível.

Já no segundo caso analisado (Caso 2), calcula-se a função objetivo através da média dos valores de amplitude da FRF, na banda de frequências onde deseja-se efetuar o controle (vide Eq. (72), seção 4.4). Busca-se assim uma redução integral da resposta nesta banda. Os resultados obtidos são representados através das curvas de nível da superfície de resposta, nas figuras 47, 48, 49 e 50.

FIGURA 47 – CASO 2: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 25\%$.

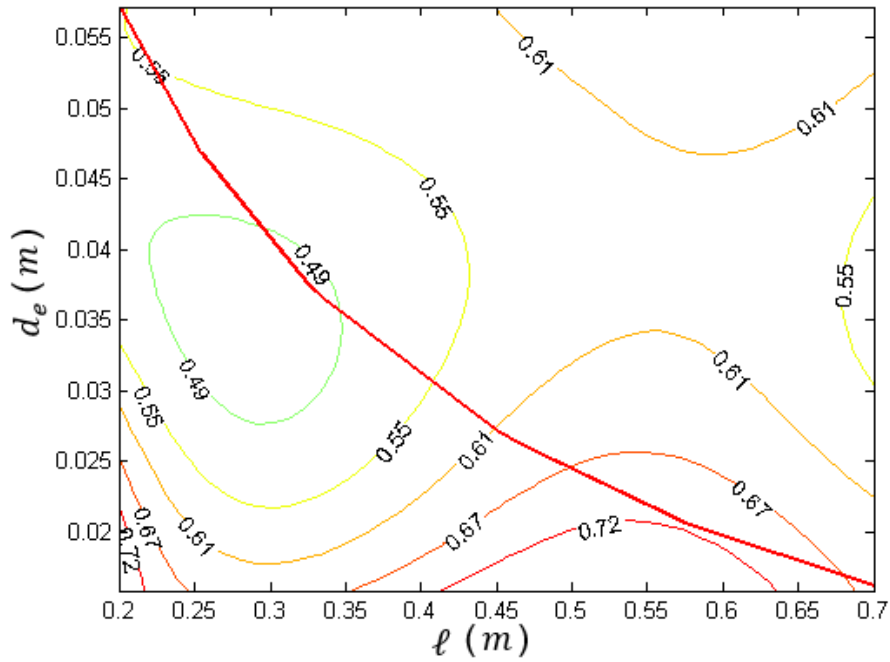


FIGURA 48 – CASO 2: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 50\%$.

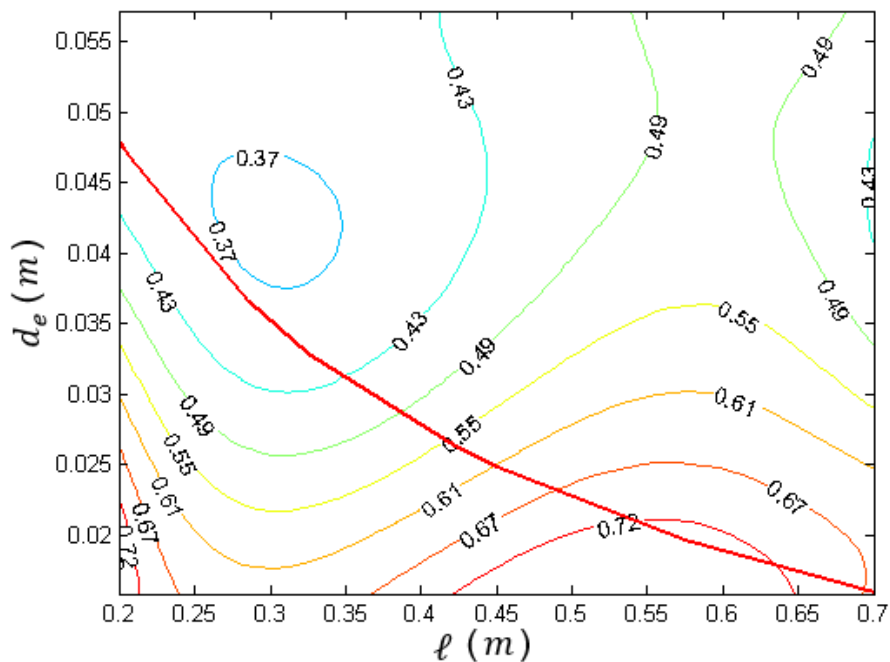
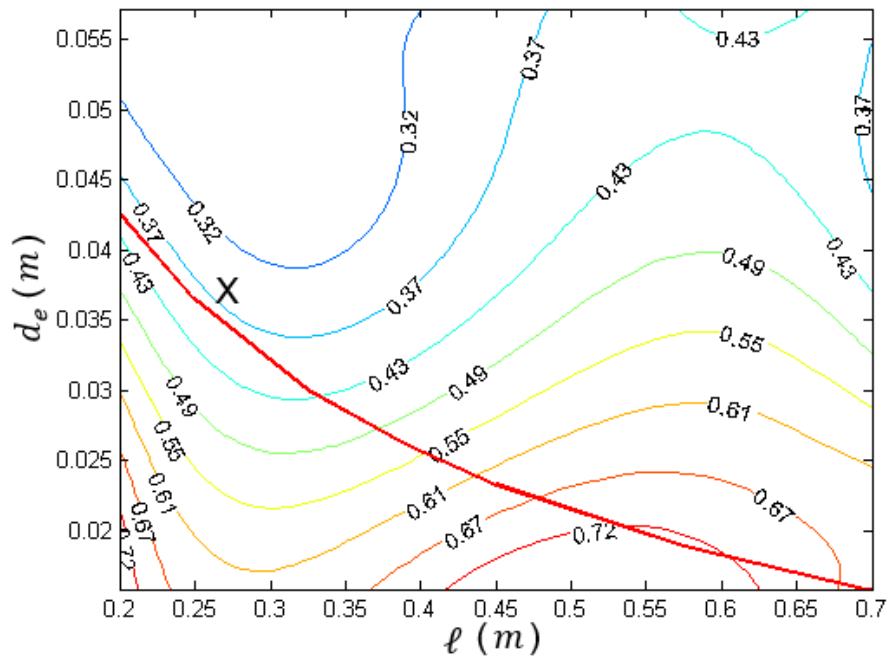
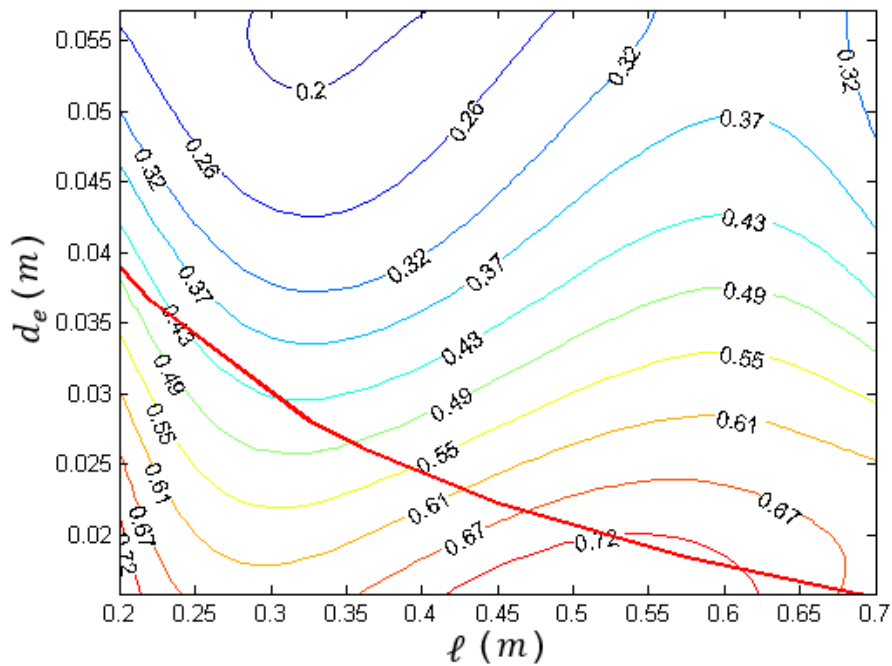


FIGURA 49 – CASO 2: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 75\%$.FIGURA 50 – CASO 2: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 100\%$.

O ponto ótimo para este caso, representado na FIGURA 49 novamente pelo caractere “X”, é o ponto de projeto $\ell = 0,265$ m, $d_e = 37,6$ mm e $\theta = 75\%$, sendo que o valor da função objetivo para este ponto é $f_{obj} = 0,355$. O comportamento apresentado nestas análises diferencia-se do Caso 1, uma vez que, na FIGURA 47,

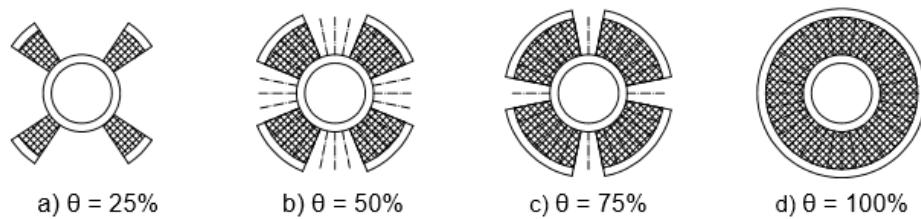
o ponto de mínimo local está contido na região viável, enquanto que, na FIGURA 48, ele está dentro da região analisada, porém fora do limite de massa estabelecido.

5.1.2 Modelo com Camada Constritora Parcial

O modelo com camada constritora parcial se caracteriza pela existência de segmentos isolados de material viscoelástico, interligados apenas pela base cilíndrica interna do neutralizador. Este modelo apresenta menor rigidez estrutural quando comparado ao modelo anterior, além de certa independência dinâmica dos segmentos viscoelásticos.

A mesma atribuição de valores para o ângulo da camada viscoelástica, realizada nos dois primeiros casos, é repetida aqui. A geometria correspondente da seção do neutralizador é ilustrada na FIGURA 51.

FIGURA 51 – SEÇÃO TRANSVERSAL DO NEUTRALIZADOR.



Utilizando a função objetivo que trabalha com o valor de pico de amplitude da FRF na banda de frequências considerada, obtém-se os resultados do Caso 3, que podem ser visualizados através das curvas de nível das figuras 52, 53, 54 e 55.

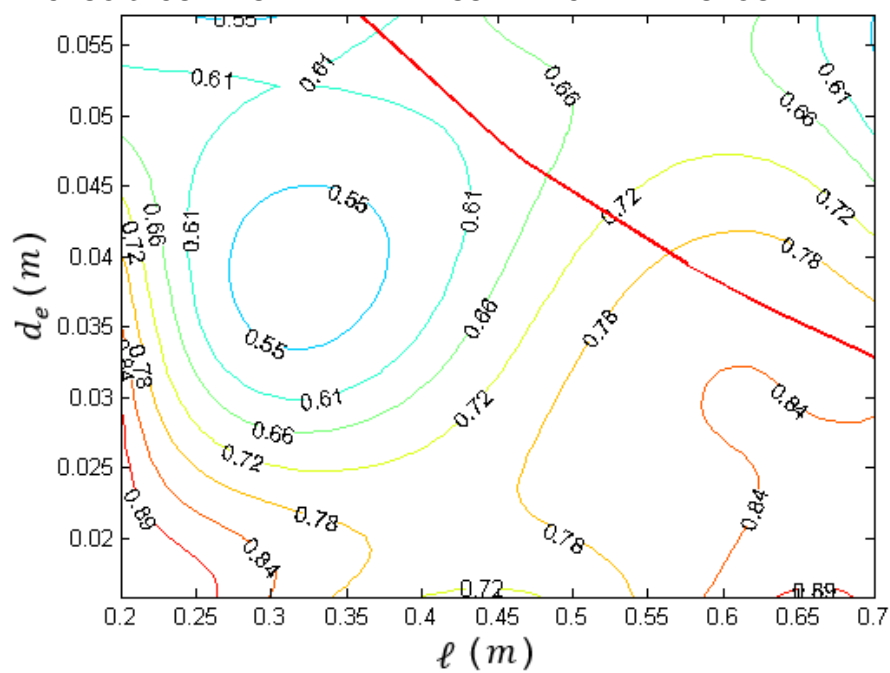
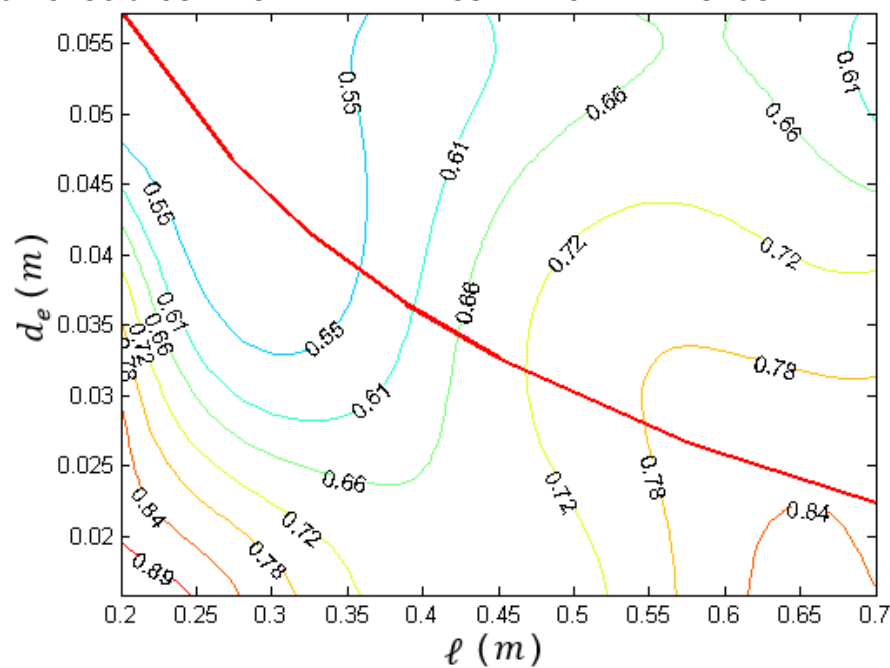
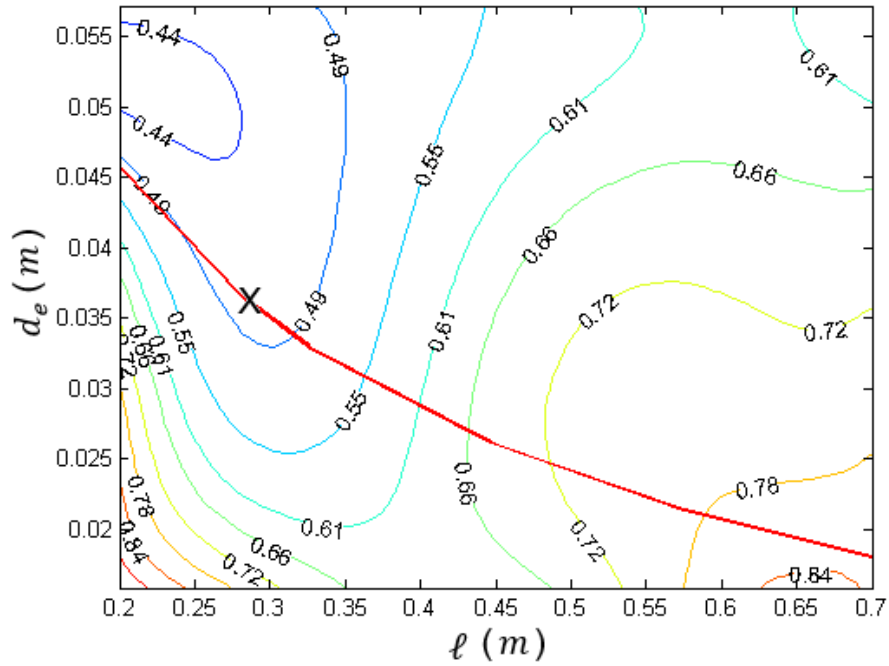
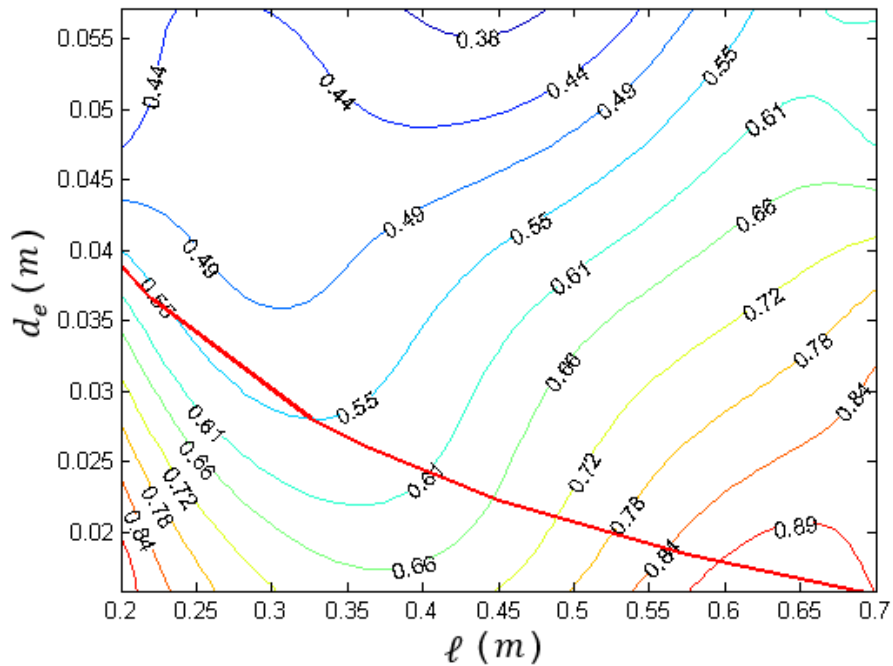
FIGURA 52 – CASO 3: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 25\%$.FIGURA 53 – CASO 3: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 50\%$.

FIGURA 54 – CASO 3: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 75\%$.FIGURA 55 – CASO 3: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 100\%$.

A FIGURA 55, apesar de ser similar à FIGURA 46, pois está associada à mesma geometria e à mesma função objetivo, difere desta devido aos diferentes valores para os pontos utilizados para a construção da superfície de resposta. Além disso, os casos em questão evoluem de maneira independente, incluindo novos pontos na análise de acordo com suas necessidades.

O tamanho da região delimitada pelo limite de massa do neutralizador é mais sensível a mudanças no ângulo do material viscoelástico para este caso, pois esta mudança também altera o tamanho da camada metálica externa, que representa uma boa parcela da massa do neutralizador. Neste caso, referenciado como Caso 3, o ponto de ótimo é representado na FIGURA 54, também pelo caractere “X”. Trata-se do ponto de projeto $\ell = 0,281 \text{ m}$, $d_e = 36,5 \text{ mm}$ e $\theta = 75\%$, o valor da função objetivo para este ponto vale $f_{obj} = 0.476$. Este ponto de projeto é relativamente próximo ao encontrado no Caso 2.

No último caso avaliado, que é o Caso 4, a função objetivo é computada como no Caso 2, ou seja, através da média dos valores de amplitude da FRF, na banda de frequências de controle. Os resultados obtidos podem ser visualizados através das curvas de nível das nas figuras 56, 57, 58 e 59.

FIGURA 56 – CASO 4: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 25\%$.

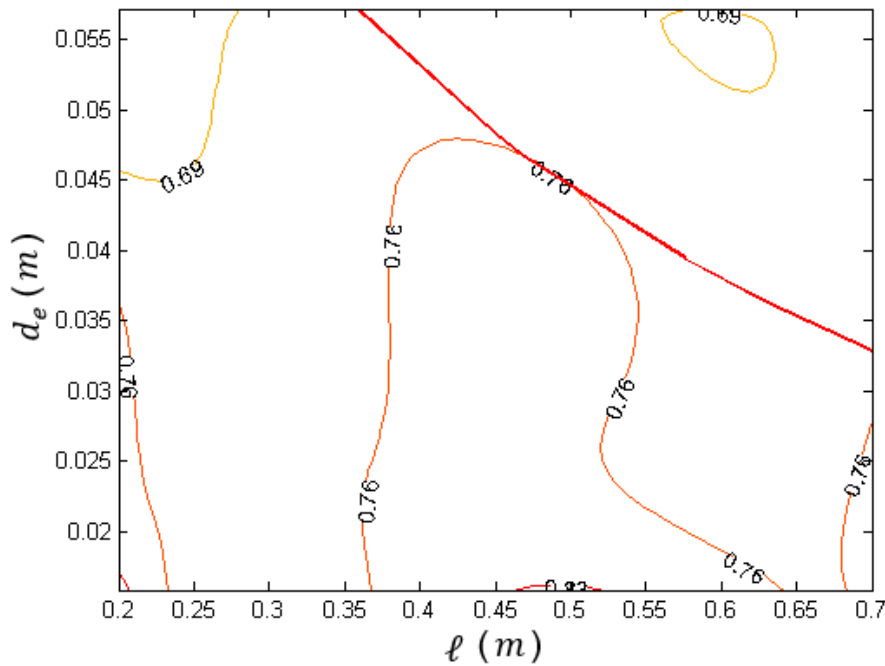


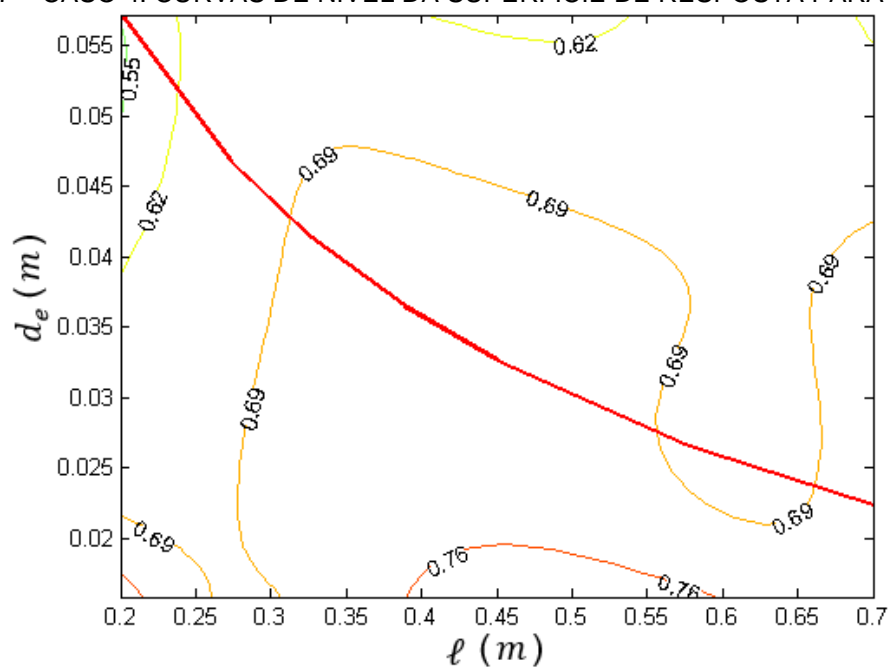
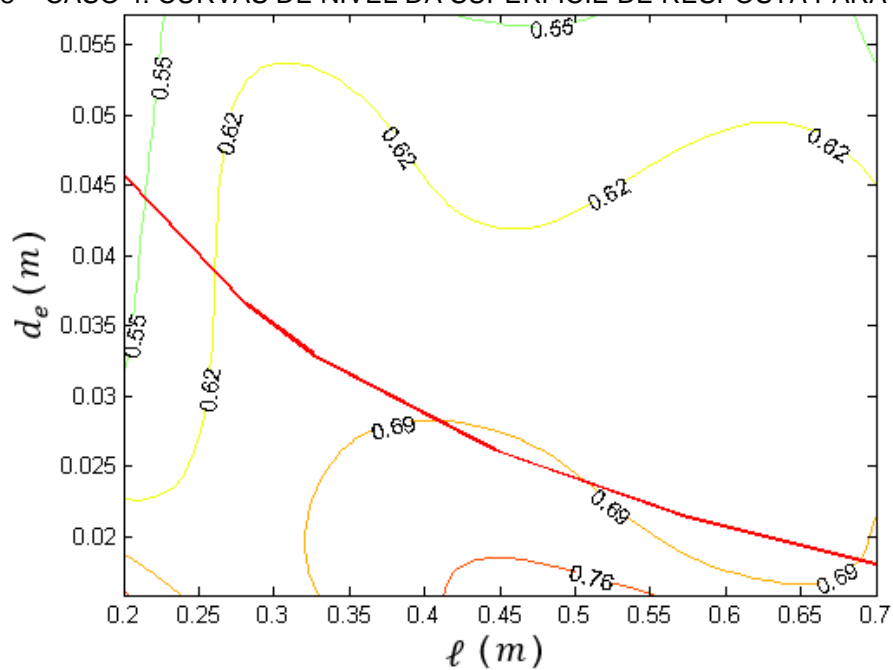
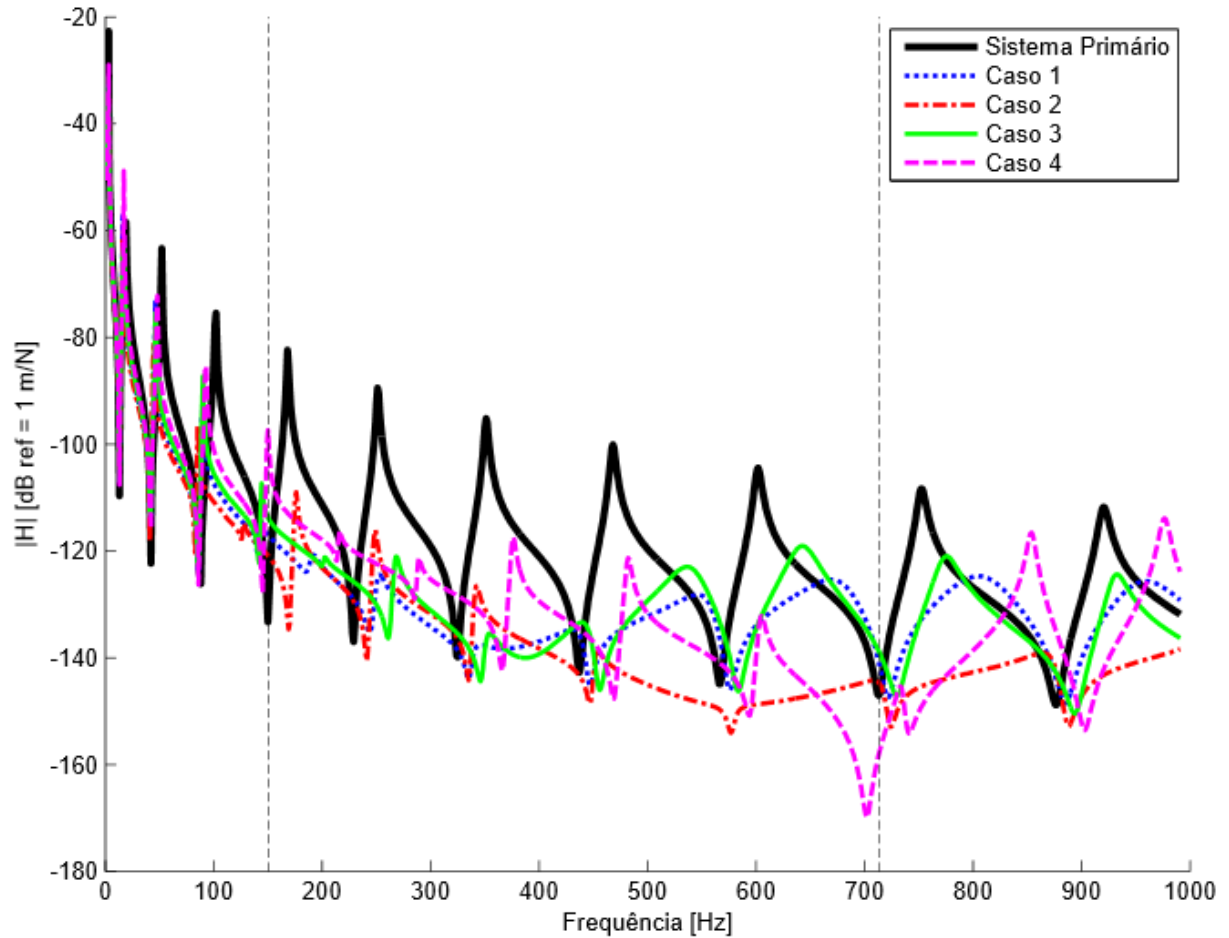
FIGURA 57 – CASO 4: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 50\%$.FIGURA 58 – CASO 4: CURVAS DE NÍVEL DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $\theta = 75\%$.

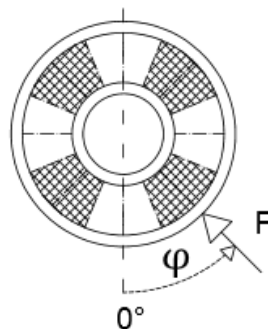
FIGURA 60 – RESPOSTA DO SISTEMA COMPOSTO PARA OS 4 CASOS ANALISADOS.



5.1.3 Avaliação da Rigidez Dinâmica Multidirecional

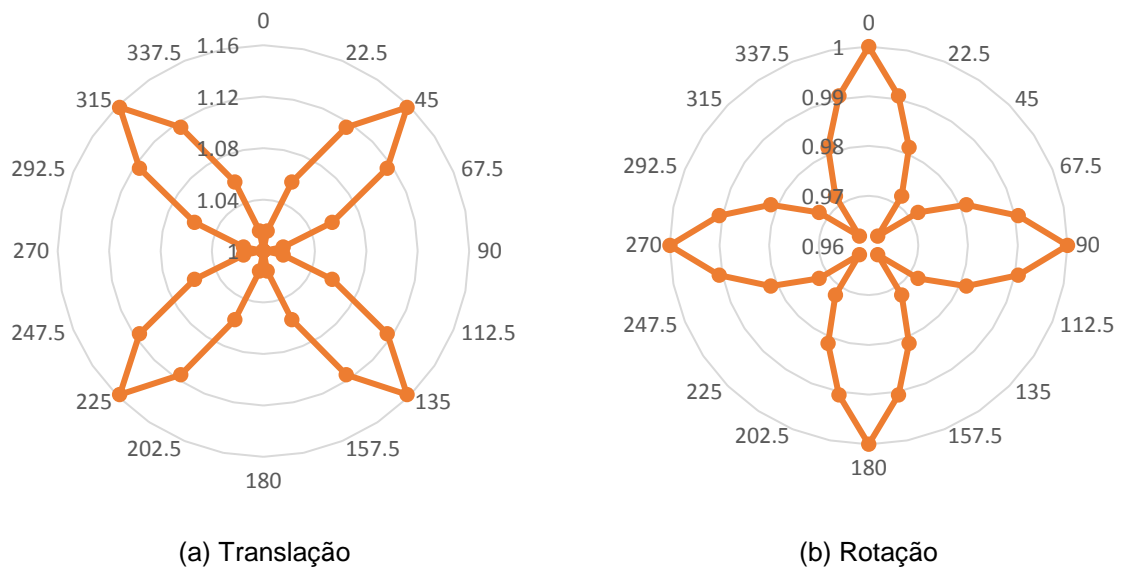
Embora os casos acima tenham sido avaliados considerando apenas translação e rotação unidirecionais, também foi realizada uma análise da rigidez dinâmica como função da direção de excitação, em relação ao eixo vertical.

FIGURA 61 – ÂNGULO DA FORÇA DE EXCITAÇÃO NO NEUTRALIZADOR.



Mostra-se abaixo uma comparação, em forma de razão, da alteração do valor da primeira frequência natural de translação e de rotação, em função do ângulo de excitação. As alterações são ilustradas, respectivamente, nas Figuras 62 (a) e 62 (b), onde os valores circunferenciais indicam o ângulo de excitação e o eixo radial indica o valor da razão entre a frequência natural para o respectivo ângulo e a frequência natural para $\varphi = 0^\circ$.

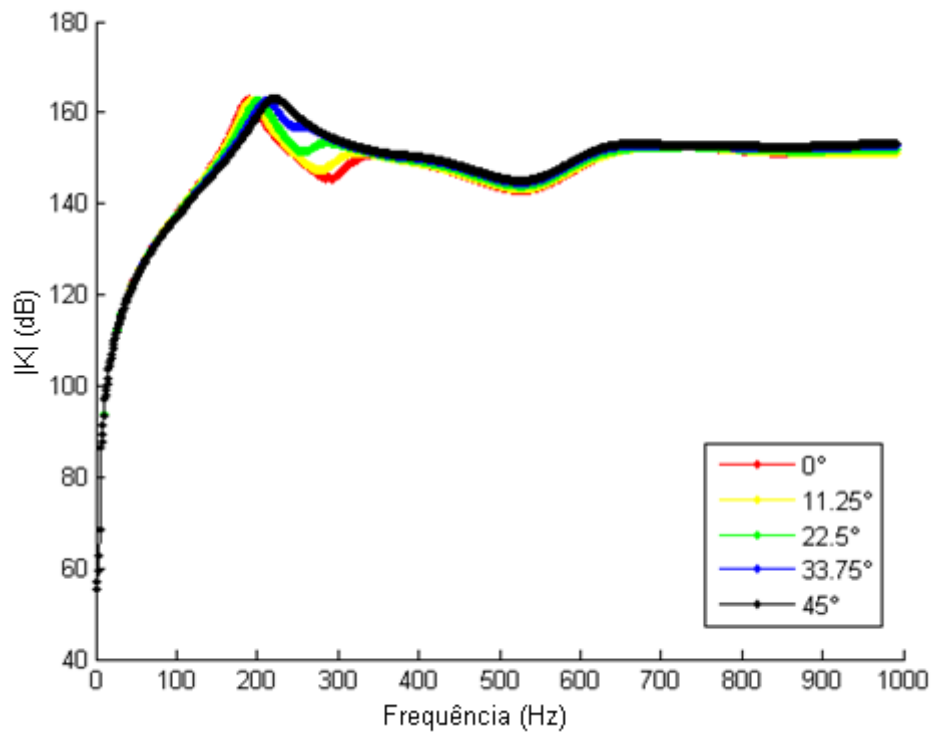
FIGURA 62 – ALTERAÇÃO DA PRIMEIRA FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA DO NEUTRALIZADOR, COM A VARIAÇÃO DO ÂNGULO DE EXCITAÇÃO DA FORÇA.



É visível, na FIGURA 62, o caráter recorrente da variação do valor da frequência natural com a direção considerada. Há um padrão de resposta que se repete a cada 90° , em correspondência ao fato que a seção possui simetria rotacional de um quarto de volta. Nota-se também que, quando a direção de excitação é paralela às camadas parciais de MVE ($\varphi = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$ e 315°), há um aumento na frequência natural de translação, correspondente a uma maior rigidez da seção transversal nesta direção.

A FIGURA 63 apresenta as curvas de rigidez dinâmica do neutralizador, para o modelo com camada constritora integral e vetor de projeto $\ell = 0,5 \text{ m}$, $d_e = 30 \text{ mm}$ e $\theta = 50\%$, em função do ângulo de excitação φ . São considerados os ângulos correspondentes ao primeiro quadrante da FIGURA 62 (a).

FIGURA 63 – INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE EXCITAÇÃO NA CURVA DE RIGIDEZ DINÂMICA DE TRANSLAÇÃO DO NEUTRALIZADOR.



5.2 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As configurações ótimas finais obtidas para os casos analisados, a saber, os Casos 1, 2, 3 e 4, encontram-se na TABELA 5, junto com os valores encontrados para as funções objetivo.

TABELA 5 – VALORES ÓTIMOS PARA OS CASOS ANALISADOS.

	Variável			
	ℓ [m]	θ	d_e [m]	f_{obj}
Caso 1	0,2	25%	0,05715	0,465
Caso 2	0,265	75%	0,0376	0,355
Caso 3	0,281	75%	0,0365	0,476
Caso 4	0,289	100%	0,0305	0,356

Todos os casos avaliados apresentam alguma restrição ativa. Os Casos 2 e 3 apresentam como soluções vetores de projeto muito próximos, embora as superfícies de resposta apresentem comportamentos distintos. Estas soluções

encontram-se na fronteira com o limite de massa estipulado. Destoando dos demais resultados, a solução para o Caso 1 é um ponto extremo na região de busca para todas as variáveis, tendo como vetor de projeto os limites inferiores para as variáveis ℓ e θ e limite superior para a variável d_e .

O Caso 4 apresenta como solução um comprimento de neutralizador similar ao Caso 3, porém, sua geometria ótima encontra-se na configuração onde a seção transversal do neutralizador está completamente preenchida pelo material viscoelástico. O valor da função objetivo para o ponto de projeto ótimo é quase idêntico ao valor encontrado no Caso 2, indicando que, apesar de possuírem geometrias distintas, ambos os casos oferecem mesmo nível de redução ao sistema primário.

Alguns casos apresentam resultados interessantes, como mínimos locais no interior da região viável, seja perto das condições de contorno (vide FIGURA 47) ou longe destas (vide FIGURA 52), embora esses pontos não representem mínimos globais para os casos analisados. Já para todos os casos analisados, é visível a ocorrência de uma singularidade em torno da região $0,25 < \ell < 0,35$. Este fenômeno ocorre devido ao formato da curva de rigidez dinâmica do neutralizador para esta faixa de comprimento do neutralizador, que apresenta um pico de rigidez dentro dos limites da banda de frequências utilizada.

A influência do ângulo de excitação na rigidez dinâmica mostra que, para o caso analisado, a resposta é idêntica para excitações ortogonais entre si, e o caso mais díspar equivale a uma excitação onde $\varphi = 45^\circ$. É esperada uma diminuição desta diferença proporcional a uma diminuição no ângulo de simetria rotacional da seção.

Uma análise de sensibilidade das variáveis indica que a variação da resposta com a mudança destas – em torno do ponto de mínimo encontrado – é pequena. Sendo assim, o modelo mostra-se pouco sensível à estas variáveis no projeto ótimo, sendo que tolerâncias geométricas devem fornecer pouca fonte de erros em análises experimentais.

6 CONCLUSÕES

No presente trabalho, foi realizado um estudo sobre o projeto de um neutralizador dinâmico viscoelástico com geometria sanduíche tubular, para controle de vibrações em banda larga de frequências de uma estrutura do tipo viga engastada-livre. Foi desenvolvida e utilizada uma metodologia de projeto que trabalha apenas com as curvas de função resposta em frequência dos sistemas, considerando um acoplamento sob dois graus de liberdade entre esses. Tal metodologia mostrou-se eficiente na busca pela configuração ótima dos parâmetros de projeto do neutralizador.

A utilização de uma geometria com seção transversal cilíndrica sanduíche revelou-se adequada e eficaz no controle de banda larga de frequências para o sistema primário adotado. O caráter de simetria rotacional de 90° da seção ainda apresenta respostas similares para excitações ortogonais, perpendiculares ao eixo do neutralizador.

O estudo mostra que a consideração de múltiplos graus de liberdade no acoplamento entre sistemas resulta em uma matriz contendo modificações localizadas, no tocante à rigidez dinâmica do sistema primário. Nesse caso, apenas alguns termos específicos das matrizes envolvidas são necessários no cômputo da resposta do sistema composto. Mostra-se que a desconsideração da existência de múltiplos graus de liberdade no acoplamento pode gerar resultados que não são representativos do acoplamento real.

A utilização de uma superfície de resposta, para criar uma função contínua que representa os pontos de projeto discretos, apresenta-se como uma alternativa válida na redução do número de avaliações do sistema através do método dos elementos finitos. Dessa forma, reduz-se consideravelmente o tempo dispendido com a busca do vetor de projeto ótimo. Tem-se ainda que a criação de uma ponte entre o software de elementos finitos e o programa de cálculo numérico viabiliza o emprego de técnicas de otimização para o aperfeiçoamento de geometrias complexas.

6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como continuidade para este trabalho, sugere-se a construção de um protótipo com os parâmetros geométricos ótimos encontrados, com o objetivo de validação experimental dos resultados. Sugere-se também a inclusão das demais

variáveis de projeto no processo de otimização, assim como a realização de um estudo mais aprofundado sobre a influência da rigidez do acoplamento entre os sistemas, na resposta para diferentes direções de excitação. Sugere-se ainda a realização de um estudo sobre a utilização de parâmetros modais no projeto de um neutralizador com acoplamento sob múltiplos graus de liberdade, analisando o efeito conjunto que estes apresentam no ponto de acoplamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design**. Elsevier Academic Press, 2004.
- BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. **On the Fractional Calculus Model of Viscoelastic Behavior**. Journal of Rheology, v. 30, no. 1, pp. 133-155, 1986.
- BALKEMA, K. J. **Design and Analysis of Constrained Layer Damping Treatments for Bending and Torsion**. Dissertation (PhD). Faculty of the School of Engineering of the Air Force Institute of Technology, United States of America, 1994.
- BAVASTRI, C. A. **Redução de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por Neutralizadores Viscoelásticos**. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, Brasil, 1997.
- BAVASTRI, C. A.; DA SILVA, C. T.; PEREIRA, J. T. **Optimal Design and Location for a Viscoelastic Dynamic Neutralizer System Using Genetic Algorithm**. 18th International Congress of Mechanical Engineering, v. 6, no. 2, 7pp, Ouro Preto – MG, Brazil, 2005.
- BAVASTRI, C. A.; DA SILVA, C. T.; PEREIRA, J. T. **Posicionamento e Projeto Ótimos de Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos Atuando em Estruturas com Elevada Densidade e Acoplamento Modais**. IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Recife, Brasil, 2006.
- BAVASTRI, C. A.; DOUBRAWA FILHO, F. J.; ESPÍNDOLA, J. J.; LOPES, E. M. O.; VENANCIO, H. W. **Modelo Geral de Neutralizadores Dinâmicos para Controle Passivo de Vibrações e Ruído: Parâmetros Equivalentes Generalizados**. CMNE/CILAMCE, Porto, Portugal, 2007.
- BORGES, F.; ROITMAN, N.; MAGLUTA, C.; CASTELLO, D.; FRANCISS, R. **Vibration Reduction through the use of Viscoelastic Materials**. International Journal of Modeling and Simulation for Petroleum Industry, v. 6, no. 2, pp. 1-7, 2012.
- CHEN, L-H; HUANG, S-C. **Vibration of Cylindrical Shell with Partially Constrained Layer Damping (CLD) Treatment**. International Journal of Mechanical Sciences, v. 41, pp. 1485–1498, 1999.
- CHEN, L-H; HUANG, S-C. **Vibration Attenuation of a Cylindrical Shell with Constrained Layer Damping Strips Treatment**. Computers and Structures, v. 79, pp. 1355–1362, 2001.
- CHEUNG, Y. L.; WONG, W. O. **Design of a Non-Traditional Dynamic Vibration Absorber**. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 126, no. 2, pp. 564–567, 2009.
- DA SILVA, C. T. **Projeto e Localização Ótimos de Sistemas de Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos Usando Algoritmos Genéticos**, Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Brasil, 2005.
- DEN HARTOG, J. P. **Mechanical Vibrations**. McGraw-Hill Book Company, 1956.

ESPÍNDOLA, J. J.; BAVASTRI, C. A.; LOPES, E. M. O. **On the Passive Control of Vibrations with Viscoelastic Dynamic Absorbers of Ordinary and Pendulum Types.** Journal of the Franklin Institute, v. 347, pp. 102-115, 2010.

ESPÍNDOLA, J. J.; SILVA, H. P. **Modal reduction of vibrations by dynamic neutralizers.** 10th International Modal Analysis Conference, pp. 1367–1373, San Diego, United States of America, 1992.

GROOTENHUIS, P. **The Control of Vibrations with Viscoelastic Materials.** Journal of Sound and Vibration, v. 11, no. 4, pp. 421-433, 1970.

GUO, X.; JIANG, J. **Passive Vibration Control of Truss-cored Sandwich Plate with Planar Kagome Truss as One Face Plane.** Science China Technological Sciences, v. 54, pp. 1113-1120, 2011.

HAMIDZADEH, H. R.; JAZAR, R. N. **Vibrations of Thick Cylindrical Structures.** Springer, 2010.

LALL, A. K.; ASNANI, N. T.; NAKRA, B. C. **Damping Analysis of Partially Covered Sandwich Beams.** Journal of Sound and Vibration, v. 123, no. 2, pp. 247-259, 1988.

LOPES, E. M. O. **On the Experimental Response Reanalysis of Structures with Elastomeric Materials.** Thesis (PhD) – University of Wales Cardiff, Cardiff, 1998.

LOPES, E. M. O.; BAVASTRI, C. A.; SILVA NETO, J. M.; ESPÍNDOLA, J. J. **Caracterização Integrada de Elastômeros por Derivadas Generalizadas.** III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM), Belém, Brasil, 2004.

LUNDEN, R. **Optimum Distribution of Additive Damping for Vibrating Beams.** Journal of Sound and Vibration, v. 66, no. 1, pp. 25-37, 1979.

MACINANTE, J. A. **Seismic Mountings for Vibration Isolation.** John Wiley & Sons, 1984.

MEAD, D. J.; MARKUS, S. **The Forced Vibration of a Three-Layer, Damped Sandwich Beam with Arbitrary Boundary Conditions.** Journal of Sound and Vibration, v. 10, no. 2, pp. 163-175, 1969.

MEAD, D. J.; MARKUS, S. **Loss Factors and Resonant Frequencies of Encastred Damped Sandwich Beams.** Journal of Sound and Vibration, v. 12, no. 1, pp. 99-112, 1970.

MEAD, D. J. **Passive Vibration Control.** John Wiley & Sons, 2000.

NAKRA, B. C. **Vibration Control in Machines and Structures Using Viscoelastic Damping.** Journal of Sound and Vibration, v. 221, no. 3, pp. 449-465, 1998.

NAKRA, B. C. **Vibration Damping.** Proceedings of the Indian National Science Academy, v. 67, pp. 461-478, 2001.

NASHIF, A.D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J. P. **Vibration Damping**. John Wiley & Sons, 1985.

PLOUIN, A.; BALMÈS, E. **A Test Validated Model of Plates with Constrained Viscoelastic Materials**. 17th International Modal Analysis Conference, v. 1, pp. 194-200, 1999.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. Pearson Prentice Hall, 2008.

SAINSBURY, M. G.; MASTI, R. S. **Vibration Damping of Cylindrical Shells Using Strain-energy-based Distribution of an Add-on Viscoelastic Treatment**. Finite Elements in Analysis and Design, v. 43, pp. 175-192, 2007.

SNOWDON, J. C. **Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems**. John Wiley & Sons, 1968.

TOMLINSON, G. R. **The Use of Constrained Layer Damping in Vibration Control**. International Journal of Mechanical Sciences, v. 32, no. 3, pp. 233-242, 1990.

VACIK, J.; KOTTNER, R.; LASOVA, V. **Structure Optimization of Passive Damped Composite Beam**. Bulletin of Applied Mechanics, v. 7, no. 27, pp. 50-53, 2011.

ZHENG, H.; CAI, C.; PAU, G. S. H.; LIU, G. R. **Minimizing Vibration Response of Cylindrical Shells Through Layout Optimization of Passive Constrained Layer Damping Treatments**. Journal of Sound and Vibration, v. 279, pp. 739-756, 2005.

APÊNDICE A – EXEMPLO NUMÉRICO DE REANÁLISE DE RESPOSTA

É apresentado, aqui, um exemplo numérico de reanálise experimental de resposta, localizada, para matrizes de quarta ordem. Sejam, então, a matriz de receptâncias com valores escalares, dada por

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{A.1}$$

e a matriz de modificações localizadas correspondente, também com valores escalares, dada por

$$[\Delta K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}. \quad \text{A.2}$$

O cômputo $[H]^* = [[H]^{-1} + [\Delta K]]^{-1}$ das matrizes completas resulta em

$$[H]^* = \begin{bmatrix} -0.2063 & -0.5397 & -0.1429 & 0.4127 \\ -0.5397 & 0.1270 & -0.1429 & 0.0794 \\ -0.1429 & -0.1429 & 0.2857 & 0.2857 \\ 0.4127 & 0.0794 & 0.2857 & 0.1746 \end{bmatrix}. \quad \text{A.3}$$

De acordo com a equação (53) da seção 3.3.2, se houver interesse somente na resposta dos pontos onde ocorre a modificação, esta pode ser obtida através da relação: $[H]_{rxr}^* = [[H]_{rxr}^{-1} + [\Delta K]_{rxr}]^{-1}$, onde $r = 2$ é a ordem das matrizes não nulas pertinentes, de modo que

$$[H]_{rxr} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{24} \\ H_{42} & H_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{A.4}$$

e

$$[\Delta K]_{rxr} = \begin{bmatrix} \Delta K_{22} & \Delta K_{24} \\ \Delta K_{42} & \Delta K_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}. \quad \text{A.5}$$

Assim, o efeito de modificações nestes pontos pode descrito por

$$\begin{bmatrix} H_{22}^* & H_{24}^* \\ H_{42}^* & H_{44}^* \end{bmatrix} = \left[\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}^{-1} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \right]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.1270 & 0.0794 \\ 0.0794 & 0.1746 \end{bmatrix}. \quad \text{A.6}$$

o que confere com o resultado geral exposto acima.

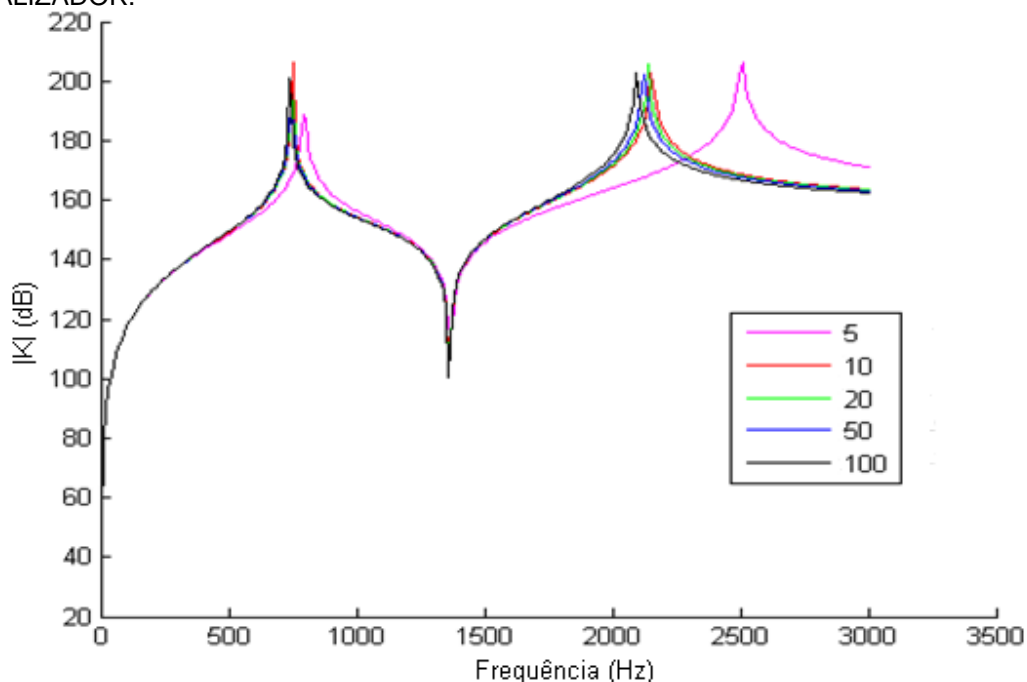
Mostra-se, dessa forma, que é necessário apenas o conhecimento dos termos da matriz de receptâncias relacionados com a modificação e daqueles onde há o interesse de verificação desta modificação.

APÊNDICE B – ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DA MALHA DE MEF

Visando minimizar os erros intrínsecos de uma análise em elementos finitos, realizou-se uma análise de convergência de malha, para garantir que os resultados advindos dos modelos criados independam da discretização utilizada.

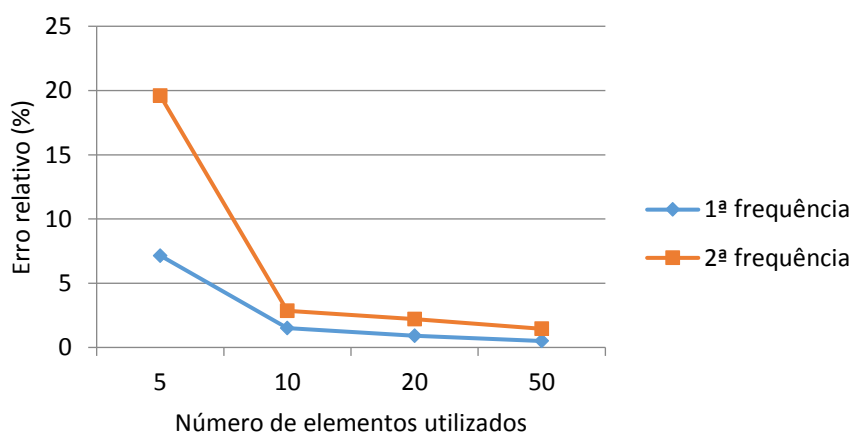
Na FIGURA B.1 é verificado o efeito que o número de discretizações longitudinais do neutralizador tem na sua curva de rigidez dinâmica.

FIGURA B. 1 – VERIFICAÇÃO DO EFEITO DA MALHA NA CURVA DE RIGIDEZ DO NEUTRALIZADOR.



Uma comparação do erro nas frequências características dos dois primeiros modos de vibrar, em função do número de elementos utilizados, é vista na FIGURA B.2, como uma razão em relação às frequências obtida para 100 divisões.

FIGURA B. 2 – AVALIAÇÃO DO ERRO NAS FREQUÊNCIAS NATURAIS.

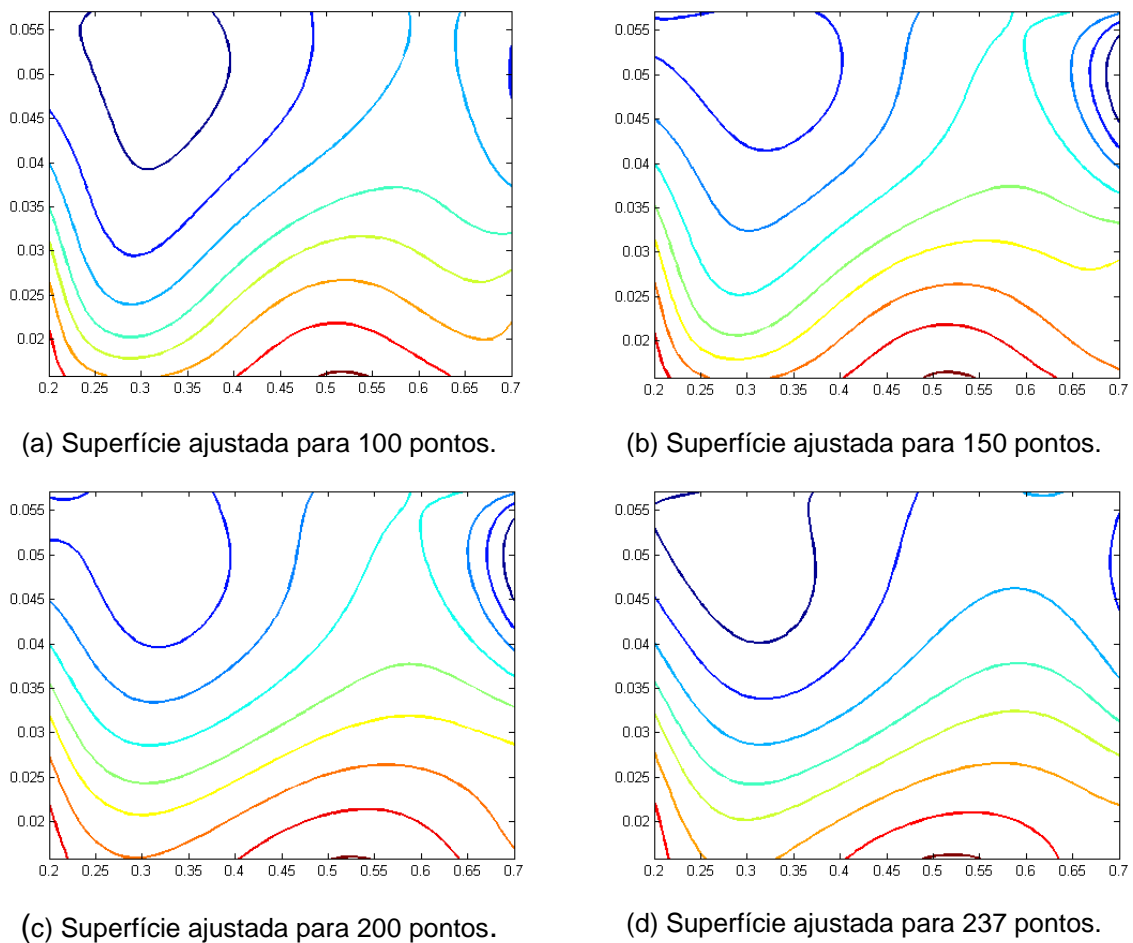


APÊNDICE C – EVOLUÇÃO DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

Dado que uma superfície de resposta é uma aproximação da função real, para fins de resolução do problema de otimização, tem-se que o ajuste realizado evolui à medida que há um aumento no número de pontos representativos da função real. Portanto, espera-se que superfície de resposta da solução final seja diferente da inicial.

A evolução da mesma é ilustrada pela FIGURA C. 1, para um dos casos analisados no trabalho (Caso 2 e $\theta = 75\%$). Essa figura contém a superfície inicial, em (a), com 100 pontos, duas superfícies intermediárias, em (b) e (c), com 150 e 200 pontos, respectivamente, e a superfície final, em (d), com 237 pontos.

FIGURA C. 1 – EVOLUÇÃO DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA.



Constata-se que, na evolução da superfície de resposta, não houve alteração significativa do seu formato ou da localização do ponto de mínimo desta.